

IV.1 Introduction :

Le transfert simultané de masse et de chaleur dans un fluide est dû aux gradients de température et de concentration d'un composant du fluide. Ce gradient produit les forces de poussées d'Archimède provoquant l'écoulement appelé la convection thermo-solutale. La connaissance de différents modes de transfert de masse et de chaleur nous aide à comprendre la nature de cet écoulement.

Dès qu'il y a un gradient de concentration le transfert de masse a lieu par diffusion moléculaire. Le mécanisme analogue à ce mode de transfert est la conduction. Le taux de transfert par ce mode dépend du gradient de température ou de concentration et de la diffusivité thermique α ou massique D .

Le transport de masse ou de chaleur s'effectue aussi par un fluide en mouvement, capable de déplacer le composant du fluide et énergie, ce qui s'appelle la convection solutale ou thermique. Il est évident que la vitesse d'écoulement est le paramètre essentiel dans ce mode de transfert.

Si le fluide se comporte comme un milieu semi-transparent, le rayonnement aussi peut activement participer au transfert de chaleur. Les paramètres optiques du fluide, comme coefficient d'absorption, ainsi que sa variation au sein de fluide peuvent influencer la distribution d'énergie radiative par conséquent le champ thermique. Ce changement de champ thermique, dans certains cas, modifie de façon importante la forme de l'écoulement et les flux pariétaux de masse et de chaleur.

En analysant les études consacrées à la convection naturelle-rayonnement dans les cavités carrées, nous pouvons peut être prévoir le comportement du fluide en présence du rayonnement, le rayonnement joue un rôle majeur dans la construction de l'écoulement qui mérite d'être étudié dans cette cavité cylindrique annulaire.

Dans la suite, nous présentons les notions de base utilisées dans l'étude concernant le transfert de chaleur en présence de rayonnement.

IV.2. Couplage avec le rayonnement

Le transfert radiatif dans un milieu semi-transparent et en particulier, dans un milieu gazeux, dépend des caractères radiatifs qui varient avec la longueur d'onde et la température.

Par exemple le coefficient d'absorption $\kappa_\nu[T(x,y)]$ est une fonction de la longueur d'onde ν et de la température locale.

Dans ce premier travail consacré à la convection de double diffusion en présence de rayonnement qui a essentiellement pour but d'étudier l'effet global du rayonnement et non l'étude des effets spectraux du rayonnement, nous avons choisi le modèle gaz gris ($\kappa_\nu[T(x,y)] = \kappa_0(\nu)$). Dans notre étude nous considérons le fluide comme un milieu semi transparent dont l'absorption n'est due qu'à la présence du composant absorbant. Le coefficient d'absorption d'un gaz est proportionnel à sa concentration, le coefficient d'absorption du fluide dans un point donné peut donc s'écrire:

$$\kappa(x,y) \propto C(x,y)$$

soit κ_0 le coefficient d'absorption correspondant à la concentration maximale de polluant C_h dans la cavité, le coefficient d'absorption locale $\kappa(x,y)$ sera :

$$\kappa(x,y) = \kappa_0 \frac{C(x,y)}{C_h}$$

Dans ce cas la distribution de la concentration, par intermédiaire du champ de coefficient d'absorption, influence le transfert radiatif, ce qui a un effet important sur le champ de température, le changement de champ de température est associé à une variation des forces thermiques qui provoqueront un nouveau champ de vitesse modifiant les champs de concentration. Dans ces conditions, les champs de température et de concentration sont couplés simultanément par les champs de vitesse et d'absorption.

Un autre aspect intéressant de l'absorption variable est la permutation des zones à haute et basse absorption lorsque nous permutons les conditions aux limites de concentration afin de provoquer les écoulements aidants ou opposant, car cela change radicalement la distribution du flux radiatif dans la cavité.

IV.3. Modèle physique

Le domaine étudié consiste un espace entre deux cylindres coaxiaux verticaux de hauteurs différentes, rempli d'un mélange binaire de gaz de viscosité cinématique ν , de diffusivité thermique α et de diffusivité massique D , dont les parois verticales (parois actives) sont maintenues à des températures différentes T_c et T_f ($T_c > T_f$), alors que les parois horizontales inférieure et supérieure (parois passives) sont supposées adiabatiques et imperméables (Fig.IV.1), par contre la paroi horizontale intermédiaire est à la même température et concentration du cylindre intérieur. D'un point de vue radiatif, toutes les parois sont assimilées à des surfaces grises et diffuses, à émissivité donnée.

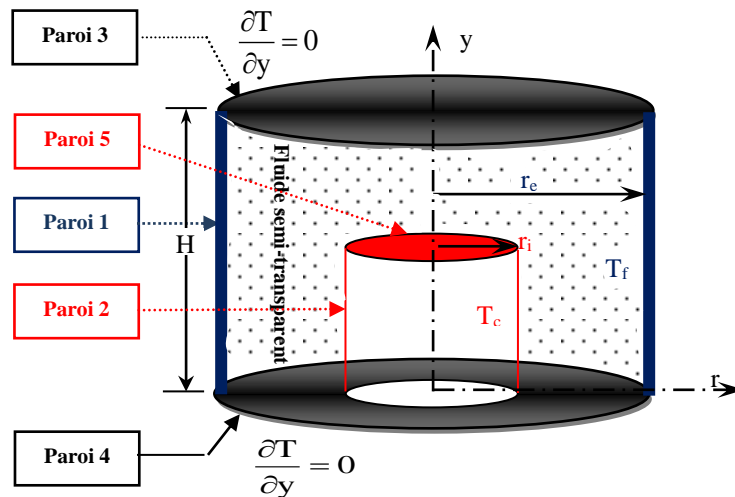


Fig.IV.1: Modèle physique

IV.4. Modèle mathématique

1- L'écoulement dans la cavité est bidimensionnel, stationnaire. Le fluide est supposé newtonien et incompressible, En outre, il est considéré comme un fluide semi-transparent (il absorbe et émet le rayonnement), gris (son coefficient d'absorption κ est le même à toutes les longueurs d'ondes) et non diffusant, les propriétés physiques, la viscosité cinématique ν et de diffusivité thermique α sont constantes sauf pour la masse volumique qui dépend de sa température (approximation de Boussinesq) selon la relation suivante:

$$\rho(T) = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0)] \quad (\text{IV},1)$$

2- Les vitesses restant faibles, le travail des forces de pression et la production de chaleur par dissipation visqueuse sont négligeables et la seule source interne d'énergie est celle issue du bilan local entre l'absorption et l'émission volumique du rayonnement (gain ou perte) au sein du fluide.

Avec ces hypothèses, le mouvement du fluide ainsi que les répartitions de température T dans le milieu sont régies par les équations dimensionnelles suivantes:

Equation de continuité:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot u) + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{IV},2)$$

Equation de quantité de mouvement radial (suivant O_r):

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (\text{IV},3)$$

Equation de quantité de mouvement axial (suivant O_y):

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g \left(\frac{\rho_\infty - \rho}{\rho} \right) \quad (\text{IV},4)$$

Equation d'énergie:

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\partial q_R}{\partial r} \right) \quad (\text{IV},5)$$

Où q_R représente le flux radiatif, λ représente la conductivité thermique.

IV.5. Conditions aux limites.

Les conductions aux limites dynamiques et thermiques qui décrivent notre problème sont données dans le tableau IV.1.

Tableau IV.1: Condition aux limites sur les parois de la cavité.

	Température
Paroi (1)	T_f
Paroi (2)	T_c
Paroi (3)	Adiabatique
Paroi (4)	Adiabatique
Paroi (5)	T_c
Axe de symétrie	$\partial T / \partial r = 0$

IV.6. Equation de transfert radiatif au sein du fluide

Nous considérons que le fluide qui remplit la cavité est semi-transparent, gris (son coefficient de d'absorption κ est le même a toutes les longueurs d'onde) et non diffusant.

$$\kappa(r, y) = \kappa_0 \quad (IV,6)$$

Où κ_0 est le coefficient d'absorption qui correspond a la concentration maximale de polluant C_h dans la cavité.

L'équation de transfert radiatif (ETR), qui traduit la variation de l'intensité du rayonnement le long d'un chemin optique, s'écrit dans notre cas :

$$\nabla \cdot \vec{\Omega} I(r, y, \vec{\Omega}) + \kappa(r, y) I(r, y, \vec{\Omega}) = \kappa_0(r, y) I^0(T) \quad (IV,7)$$

- $I(r, y, \vec{\Omega})$: la luminance à la position (r, y) dans la direction $\vec{\Omega}$.
- $\kappa(r, y)$: le coefficient d'absorption du milieu.
- $I^0(T)$: l'émission du corps noir à la température locale T . Pour milieu gris $I^0(T) = \frac{\sigma T^4}{\pi}$

Dans le cas d'un domaine décrit en coordonnées cylindriques r, θ, y , l'opérateur divergence qui apparaît au premier membre de l'ETR (2.4) se développe en:

$$\nabla \cdot (\Omega I) = \frac{1}{r} \frac{\partial(\mu r I)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\eta I)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\xi I)}{\partial y} \quad (IV,8)$$

Où μ, η, ξ sont cosinus directeurs de la direction Ω dans le repère locale. $\mathcal{R}(x) = \{P(x), e_1, e_2, e_3\}$ (Voir la figure 2).

Contrairement au cas cartésien, l'orientation de ce repère change suivant la position du point P (x). Ainsi une direction Ω qui est en tout point la même par rapport au repère fixe $\mathcal{R}_O = \{O, i, j, k\}$ pourra être vue sous des angles ϕ , ψ différents dans chaque repère $\mathcal{R}(x) = \{P(x), e_1, e_2, e_3\}$. Il en résulte que les cosinus directeurs μ , η , ξ - qui sont eux mêmes fonctions de ψ et ϕ - dépendent des coordonnées de position $x=(r, \theta, y)$. En fait, en coordonnées cylindriques, seul ϕ varie avec θ de telle sorte que.

$$\phi|_{\mathcal{R}(x)} = \phi|_{\mathcal{R}_O} - \theta \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -1 \quad (\text{IV},9)$$

Ainsi, la dérivation par rapport à θ qui apparaît en (IV.9) doit être décomposée en

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \Big|_{\Omega, \text{const.} / \mathcal{R}_O} = \frac{\partial}{\partial \theta} \Big|_{\mu, \eta, \xi} + \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \Big|_{r, y} \frac{\partial}{\partial \phi} = \frac{\partial}{\partial \theta} \Big|_{\mu, \eta, \xi} - \frac{\partial}{\partial \phi} \quad (\text{IV},10)$$

Par contre, les dérivées par rapport à r ou y n'introduisent pas de termes supplémentaires, car l'orientation du repère ne change pas lorsque l'on se déplace suivant l'une ou l'autre de ces variables à θ constant. Ainsi, l'expression de la dérivée le long d'un chemin optique est, en coordonnées cylindriques.

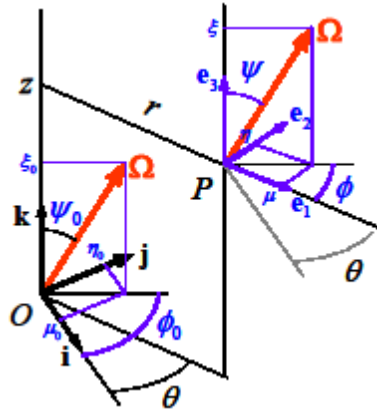


Fig.IV.2: Système d'axes en coordonnées curvilignes

$$\begin{aligned} \frac{dI}{ds} &= \nabla \cdot (\Omega I) \Big|_{\mu, \eta, \xi} - \frac{1}{r} \frac{\partial(\eta I)}{\partial \phi} \\ &= \frac{\mu}{r} \frac{\partial(rI)}{\partial r} + \frac{\eta}{r} \frac{\partial I}{\partial \phi} + \xi \frac{\partial I}{\partial y} - \frac{1}{r} \frac{\partial(\eta I)}{\partial \phi} \\ &\quad \xrightarrow{\text{R.A.}} \end{aligned} \quad (\text{IV},11)$$

et le terme marqué «R.A» correspond à ce que l'on appelle la redistribution angulaire. Finalement, l'ETR peut s'écrire.

$$\frac{\mu}{r} \frac{\partial(rI)}{\partial r} + \frac{\eta}{r} \frac{\partial I}{\partial \phi} + \xi \frac{\partial I}{\partial y} - \frac{1}{r} \frac{\partial(\eta I)}{\partial \phi} + \kappa I = \kappa I^0 \quad (\text{IV},12)$$

Par définition, le vecteur de densité de flux radiatif se déduit du champ de luminance par:

$$\vec{q}_r(r, y) = \int_{4\pi} \Omega I(r, y) d\Omega \quad (IV,13)$$

Dans cette intégrale, qui porte sur toutes les directions de l'espace (4π stéradian), $d\Omega$ représente l'angle solide élémentaire autour d'une direction donnée. Compte tenu de cette définition, et en intégrant l'ETR sur toutes les directions de l'espace, on obtient:

$$\text{div} \vec{q}_r(r, y) = \kappa(r, y) \int_{4\pi} [I^0(T) - I(r, y, \vec{\Omega})] d\Omega \quad (IV,14)$$

Soit pour un milieu gris

$$\text{div} \vec{q}_r(r, y) = \kappa(r, y) [4\sigma T^4 - G(r, y)] \quad (IV,15)$$

Où $G(r, y)$ représente le rayonnement incident défini localement par :

$$G(r, y) = \int_{4\pi} I(r, y, \vec{\Omega}) d\Omega \quad (IV,16)$$

Le terme de source volumique $\text{div} \vec{q}_r(r, y)$, qui représente dans l'équation d'énergie de la participation radiative du fluide, correspond donc à la différence entre l'énergie radiative G reçue par un volume donné et l'énergie radiative émise par ce même volume (en fonction de sa température locale).

IV.6.1. Condition aux limites radiatives:

Dans cette étude, nous supposons que les parois verticales sont noires (leur émissivité vaut 1) tandis que les parois horizontales sont grises et diffuses avec une émissivité (ϵ_3 et ϵ_4) variant, suivant les cas, entre zéro et un.

Ainsi, en tout point $M(r, y)$ d'une des parois verticales :

$$I(r, y, \vec{\Omega}) = \frac{\sigma T_p^4}{\pi} \quad (IV,17)$$

Où T_p est la température pariétale. Cette condition s'applique à toutes les directions quittant la paroi et orientées vers l'intérieur de la cavité, c'est-à-dire pour $\vec{\Omega}(\mu, \xi)$ telle que $\xi > 0$ (paroi 1) ou $\mu < 0$ (paroi 2).

Par contre, sur les parois horizontales, on imposera :

$$I(r, y, \vec{\Omega}) = \epsilon_p \frac{\sigma T_p^4}{\pi} + (1 - \epsilon_p) \frac{q_n^{\text{inc}}(r, y)}{\pi} \quad (IV,18)$$

Où ϵ_p est émissivité de la paroi et q_{inc} représente la densité de flux radiatif incident à la paroi au point $M(r, y)$:

$$q_n^{\text{inc}}(r, y) = \int_{\vec{\Omega} \cdot \vec{n} < 0} \vec{\Omega} \cdot \vec{n} I(r, y, \vec{\Omega}) d\Omega \quad (IV,19)$$

\vec{n} Indiquant la normale à la paroi orientée positivement vers intérieur de la cavité. Cette relation concerne toutes les luminances quittant la paroi (réfléchies et émises), c'est-à-dire orienté suivant $\vec{\Omega}(\mu, \xi)$ tel que $\xi > 0$ (paroi 3) ou $\xi < 0$ (paroi 4).

IV.7. Adimensionnement

IV.7.1. Les grandeurs de référence:

Les grandeurs caractéristiques utilisées pour adimensionner le problème sont: la largeur de la cavité L , la vitesse, la pression et la température. Étant donné la symétrie angulaire, le problème est considéré bidimensionnel.

Notre modèle mathématique est mis sous forme adimensionnelle en se rapportant aux références suivantes:

$L_r = r_e - r_i$: largeur de la cavité comme longueur de référence

$V_r = \frac{v}{L_r}$: Comme vitesse de référence

$P_r = \frac{\rho v^2}{L_r^2}$: Comme pression de référence

$\Delta T = T_c - T_f$: Écart de température entre parois chaude et froide comme écart de température de référence.

Par ailleurs, les températures de référence sont les valeurs moyennes

$$T_0 = \frac{T_c + T_f}{2}$$

$\frac{\sigma T_0^4}{\pi}$: La luminance du corps noirs a la température T_0 comme luminance de référence.

On en déduit la forme adimensionnelle des variables de notre problème:

$$(R, Y) = \frac{(r, y)}{L_r} \Rightarrow (R, Y) = \frac{(r, y)}{(r_e - r_i)}$$

$$(U, V) = \frac{(u, v)}{V_r} \Rightarrow (U, V) = \frac{(u, v)L_r}{v} \Rightarrow (U, V) = \frac{(u, v)(r_e - r_i)}{v}$$

$$P = \frac{p}{P_r} \Rightarrow P = \frac{pL_r^2}{\rho v^2} \Rightarrow P = \frac{p(r_e - r_i)^2}{\rho v^2}$$

$$\theta = \frac{(T - T_0)}{\Delta T} \Rightarrow \theta = \frac{(2T - T_c - T_f)}{2(T_c - T_f)}$$

$$i(R, Y, \vec{\Omega}) = \frac{I(r, y, \vec{\Omega})}{4\sigma T_0^4}$$

$\tau_0 = \kappa \times L_r$ épaisseur optique.

En tenant compte de ces adimensionnements, notre modèle mathématique devient:

Equation de continuité:

$$\frac{\partial(RU)}{R\partial R} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (IV,20)$$

Equation de quantité de mouvement radial (suivant O_r):

$$U \frac{\partial U}{\partial R} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial R} - \frac{U}{R^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (IV,21)$$

Equation de quantité de mouvement axial (suivant O_y):

$$U \frac{\partial V}{\partial R} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial R} + \frac{\partial^2 V}{\partial R^2} + \frac{R_{aT}}{Pr} \theta \quad (IV,22)$$

Equation d'énergie:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial R} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta}{\partial R} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} - \frac{\tau_0}{N_r} \cdot Q_R \right) \quad (IV,23)$$

Ou Q_R représente le flux radiatif adimensionné, N_r représente le paramètre Radiation-conduction définie par la relation suivante :

$$N_r = \frac{(r_e - r_i) \sigma T_0^4}{\lambda(T_c - T_f)} \quad (IV,24)$$

Equation de transfert radiatif (ETR) adimensionné

$$\frac{\mu}{R} \frac{\partial(R.i)}{\partial R} + \frac{\eta}{R} \frac{\partial i}{\partial \phi} + \xi \frac{\partial i}{\partial Y} - \frac{1}{R} \frac{\partial(\eta.i)}{\partial \phi} + \tau.i = \tau(1 + \theta/\theta_0)^4$$

IV.7.2. Les paramètres caractéristiques du problème:

Les paramètres caractéristiques qui interviennent dans les équations adimensionnelles ci-dessus et dont les valeurs conditionnent les transferts chaleur dans la cavité sont:

IV.7.2.1. Des paramètres géométriques:

- Les facteurs de formes qui caractérisent l'allongement de la cavité:

$$A = \frac{H}{L_r}$$

H: la hauteur du cylindre extérieur.

$$a = \frac{h}{L_r}$$

h : la hauteur du cylindre intérieur.

- Le rapport des hauteurs qui caractérise la variation de la hauteur du cylindre inférieur:

$$X = \frac{h}{H}$$

- Le rapport des rayons qui caractérise la courbure des parois verticales:

$$K = \frac{r_e}{r_i}$$

IV.7.2.2. Des paramètres physiques:

- Le nombre de Rayleigh:

$$Ra = \frac{g\beta\Delta T L_r^3}{\nu\alpha}$$

- Le nombre de Prandtl:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

Par ailleurs, les transferts de chaleur sont représentés par les nombres de Nusselt. Ce nombre adimensionnel se calcule en fonction des grandeurs locales de température le long de chaque paroi verticale

$$Nu = \frac{-\lambda \frac{\partial T}{\partial r} L_r}{\lambda \Delta T} = -\frac{\partial \theta}{\partial R}$$

$$\overline{Nu} = \frac{1}{A} \int_0^A Nu(R=1, Y) dY \quad (IV,25)$$

$$Nu_R = q_R \frac{L_r}{\lambda \Delta T} \quad (IV,26)$$

$$\overline{Nu}_R = \frac{1}{A} \int_0^A Nu_R(R=1, Y) dY \quad (IV,27)$$

IV.8. Résolution de l'équation de transfert radiatif par la méthode des ordonnées discrètes.

La méthode des ordonnées discrètes [43-46] est fondée sur l'utilisation de quadratures numériques pour calculer les intégrales suivant les angles solides qui apparaissent dans le calcul des sources ou des flux radiatifs. Cette méthode consiste à :

1. Résolution l'ETR pour un nombre fini de directions ($\vec{\Omega}_m$), $m=1, M$. Pour chaque d'entre elles, le champ de luminance $I(r, y, \vec{\Omega}_m) = I_m(r, y)$ est calculé sur l'ensemble du domaine en résolvant, dans notre cas.

$$\frac{\mu}{r} \frac{\partial (r I_m)}{\partial r} + \frac{\eta}{r} \frac{\partial I_m}{\partial \phi} + \xi \frac{\partial I_m}{\partial y} - \frac{1}{r} \frac{\partial (\eta I_m)}{\partial \phi} + \tau_0(r, y) I_m(r, y) = \tau_0(r, y) I^0(T) \quad (IV.13)$$

2. Calculer les intégrales qui apparaissent en (IV.14) et (IV.17) par des formules de quadratures telles que

$$G(r, y) \approx \sum_{m=1}^M \omega_m I_m(r, y) \quad (IV.14)$$

$$\vec{q}_r(r, y) = \sum_{m=1}^M \omega_m I_m(r, y) \vec{\Omega}_m \quad (IV.15)$$

Les coefficients ω_m étant les poids de la quadrature. Nous avons choisi les quadratures S_N qui sont les plus couramment utilisées. Elles font appel à des directions symétriques par rapport à tout axe de coordonnées et, de ce fait, il suffit de définir des directions discrètes dans un seul octant de l'espace pour que l'ensemble des directions soit connu sur 4π stéradians.

Par définition, l'ordre N de quadrature S_N est toujours pair et correspond à un nombre total de $D=N(N+2)$, ainsi la quadrature S_4 figurent table IV.2

Tableau IV.2 Quadrature S_4

Cosinus directeurs			poids
μ	H	ξ	ω
0.2958759	0.2958759	0.9082483	0.5235987
0.2958759	0.9082483	0.2958759	0.5235987
0.9082483	0.2958759	0.2958759	0.5235987

IV.8.1 Mise en oeuvre en coordonnées cylindriques (milieu non diffusant).

Pour simplifier l'étude, nous considérons ici un problème à symétrie azimutale ($\frac{\partial}{\partial \theta} \equiv 0$). Soit alors un maillage uniforme du plan $x=(r, y) \in [R_1, R_2] \times [0, L]$ en $I \times J$ mailles $\Delta r \Delta y$. Dans le cas d'un espace annulaire. R_1 et R_2 sont, respectivement, les plus petit et plus grand rayons tandis que, pour un cylindre creux, $R_1=0$ et R_2 est le rayon intérieur du cylindre.

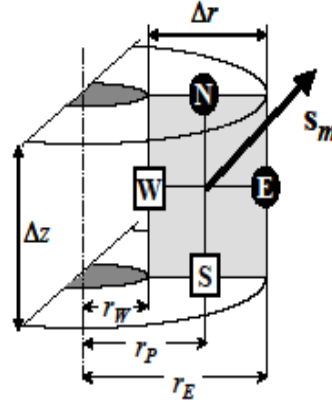


Fig.IV.3 Volume de contrôle pour l'intégration de l'ETR en coordonnées cylindriques

□ L'intégration de l'équation (IV.13) sur le volume de contrôle donne :

Les faces de chaque maille sont repérées de façon analogue au cas cartésien (voir figure IV.3). L'ETR exprimée dans une direction m de la quadrature et intégrée sur un volume élémentaire $\Delta V = r \Delta r \Delta y$ centré en P (à la position donnée alors).

$$\mu_m (A_E I_{m,E} - A_W I_{m,W}) + \xi_m A_Y (I_{m,N} - I_{m,S}) - \frac{\partial(\eta_m I_{m,P})}{\partial \phi} \Delta r \Delta y + \beta \Delta V I_{m,P} = S_P \Delta V \quad (IV.28)$$

Avec

$$\begin{aligned} A_E &= r_E \Delta y & A_W &= r_W \Delta y \\ A_Y &= r_P \Delta r & S_P &= \tau_0 I^0(T_P) + D_m \end{aligned}$$

Lorsque les cosinus directeurs μ_m (suivant r) et ξ_m (suivant y) sont tous deux positifs, la direction de propagation est telle que, pour chaque volume de contrôle, les luminances sont connues sur les faces W et S, inconnues au centre de la maille P, ainsi que sur les faces E et N.

On a donc besoin de deux relations complémentaires afin d'éliminer $I_{m,E}$ et $I_{m,N}$, pouvoir ainsi calculer explicitement $I_{m,P}$. Ces relations nous sont fournies par interpolation en supposant que (l'indice m étant maintenant omis).

$$I_P = I_W + \delta(I_E - I_W) = I_S + \delta(I_N - I_S)$$

D'où on tire

$$I_E = I_W + \frac{I_P - I_W}{a}, \quad I_N = I_S + \frac{I_P - I_S}{b}$$

Les coefficients a et b varient entre 0.5 et 1, peuvent éventuellement, être différents d'un point à l'autre. Lorsque $a=b=0.5$, les interpolations sont globalement du second ordre en Δr et Δy : cela correspond à ce que l'on appelle le schéma "diamant" (diamond scheme).

Après avoir éliminé I_E et I_N au moyen des interpolations (3.5), l'équation (3.2) se ramène à une relation explicite entre la luminance inconnue I_P , les valeurs connues I_E et I_N et le terme source S_P .

$$I_P = \frac{\lambda_r I_W + \lambda_y I_S + \Delta V S_P}{\lambda_r + \lambda_y + \lambda_0}$$

En ayant noté

$$\lambda_r = \frac{\mu_m A_r}{a}, \lambda_y = \frac{\eta_m A_y}{b}, \lambda_0 = \kappa \Delta V$$

Une fois I_P calculée, les valeurs des autres inconnues I_E et I_N se déduisent des formules d'interpolation (3.5). Ainsi, en supposant que l'on travaille sur la maille i, j , on peut passer au calcul en $i+1, j$ sachant que

- i. $I_W(i+1, j) = I_E(i, j)$, valeur que l'on vient de calculer, ou qui est imposée par les conditions aux limites si $i=0$,
- ii. $I_S(i+1, j) = I_N(i+1, j-1)$, valeur calculée précédemment au niveau $j-1$ ou imposée par les conditions aux limites si $j=0$.

Cela suppose que le balayage du domaine de calcul se fasse, pour toute direction telle que μ et η soient positifs, pour j variant de 1 à J_{\max} et, pour chaque valeur de i , pour i variant de 1 à I_{\max} .

Si les cosinus directeurs ne sont pas positifs, les formules établies précédemment restent valables pourvu que l'orientation W E S N des cellules soit faite suivant le sens de propagation - comme illustré figure 3.2

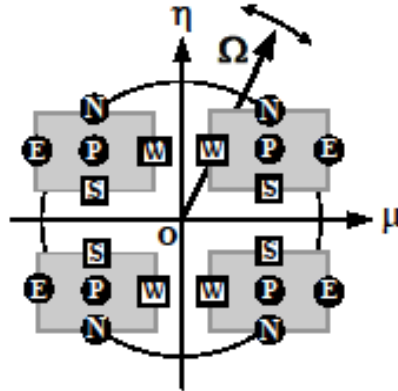


Fig. IV.4 Orientation des volumes de contrôles suivant la direction de Ω_m

IV.9. Les conditions aux limites.

En tenant compte de l'adimensionnement des grandeurs physiques, les conditions aux limites sont:

$$R = \frac{1}{K-1} \quad \theta = \frac{1}{2} \quad i_{\text{paroi1}} = \left(1 + \frac{\theta_p}{\theta_0}\right)^4 \cdot \varepsilon_p \quad U=V=0$$

$$R = \frac{K}{K-1} \quad \theta = -\frac{1}{2} \quad i_{\text{paroi2}} = \left(1 + \frac{\theta_p}{\theta_0}\right)^4 \cdot \varepsilon_p \quad U=V=0$$

$$Y=0, A \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad i_{\text{paroi1}} = \left(1 + \frac{\theta_p}{\theta_0}\right)^4 \varepsilon_p + (1 - \varepsilon_p) Q_n^{\text{Inc}} \quad U=V=0$$

$$Y=XA \text{ et } 0 \leq R \leq \frac{1}{K-1} \quad \theta = \frac{1}{2} \quad i_{\text{paroi2}} = \left(1 + \frac{\theta_p}{\theta_0}\right)^4 \cdot \varepsilon_p \quad U=V=0$$

Vu que notre domaine d'étude est symétrique par rapport à l'axe vertical (Oy), (Fig.II.2), le calcul s'effectue sur la moitié de la zone contenant le fluide. Les conditions aux limites au niveau de l'axe de symétrie (Oy) deviennent:

$$\frac{\partial \theta}{\partial R} = 0 \quad \frac{\partial V}{\partial R} = 0 \quad U=0$$

Les conditions aux limites thermiques des parois adiabatiques, lorsqu'elles ne sont pas purement réfléchissantes ($\varepsilon_3 \neq 0$, $\varepsilon_4 \neq 0$), sont non-linéaires. Le bilan des flux reçus par une paroi adiabatique d'émissivité ε_p et de température inconnue T_p est schématisé figure III.8

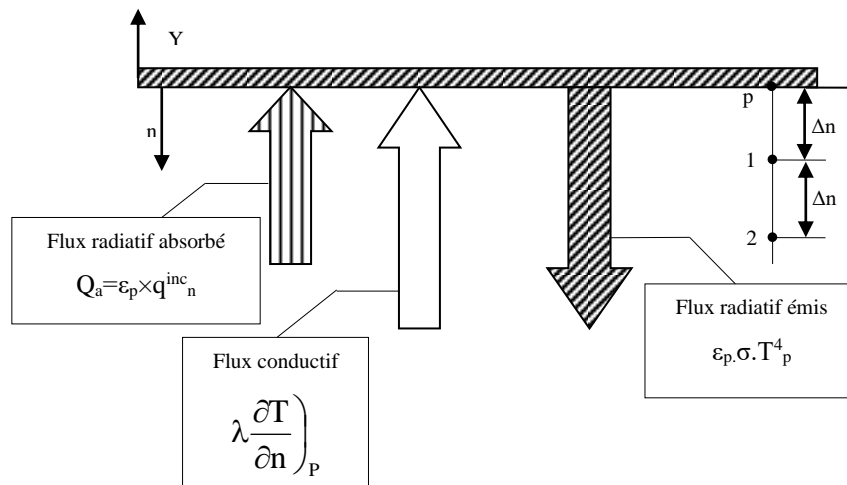


Fig.IV.5. condition aux limites

Soit q_n^{inc} le flux radiatif incident a la paroi, supposée grise et diffuse. Le flux absorbé par cette paroi est:

$$q_a = \varepsilon_p \times q_n^{\text{inc}}$$

La condition d'adiabaticité nécessite que:

$$\varepsilon_p (q_n^{\text{inc}} - \sigma T_p^4) = \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_p$$

En discrétisant le terme de flux conductif par un schéma du second ordre faisant intervenir les points P, 1 et 2, cette condition se traduit par:

$$\varepsilon_p (q_n^{\text{inc}} - \sigma T_p^4) = \lambda \frac{4T_2 - T_1 - 3T_p}{2\Delta n}$$

Ce qui sous forme adimensionnelle, correspond a

$$\frac{2\Delta y \theta_0 \varepsilon_p}{PL} \left[Q_i - \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\theta_p}{\theta_0} \right)^4 \right] + 3\theta_2 = 4\theta_2 - \theta_1$$

Cela constitue la condition aux limites thermique le long des deux parois horizontales.

IV.10. Validation des résultats

Le code de calcul élaboré pour réaliser la présente étude a été validé en se référant à des travaux de recherche antérieurs portant sur les transferts de chaleur (rayonnement thermique) dans des cavités cylindriques verticales en présence d'un milieu semi-transparent. Nous allons nous situer tout d'abord par rapport au travail de Dua et Cheng [1]. le diamètre du cylindre égale $r_r=1\text{m}$ et la hauteur est $Y_r=2\text{m}$, la température et émissivité du paroi verticale du cylindre sont $T_w=0\text{K}$ et $\varepsilon_w=1$, la température du fluide au sein du cylindre est $T_{\text{fluide}}=100\text{K}$, avec trois coefficients d'absorption $K_a=0.1, 1.0$ et 5.0 m^{-1} .

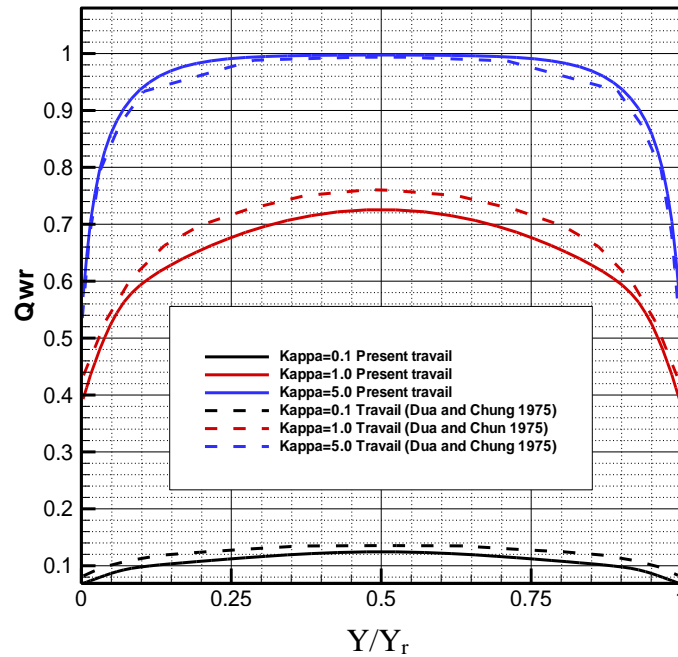


Fig. IV.6. La comparaison du flux radiatif adimensionné pour différentes coefficient d'absorption. (a) $K_a = 5.0 \text{ m}^{-1}$, (b) $K_a = 1.0 \text{ m}^{-1}$, and (c) $K_a = 0.1 \text{ m}^{-1}$.

IV.11 Résultats et discussion

IV.11.1 Choix des principaux des paramètres de configuration:

La structure de l'écoulement, le champ thermique, ainsi que le transfert de chaleur totale à travers les parois verticales sont examinés dans cette section.

Dans cette étude nous avons fait varier le nombre de Rayleigh $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ pour un nombre de Prandtl est fixé à 0.71 (cas de l'air), le coefficient d'émission des parois est égale a une valeur fixe $\varepsilon_{\text{paroi}}=1.0$ (corps noir). Les résultats sont portés sur la convection naturelle (pas de transfert de masse) avec le rayonnement de surface dans un milieu transparent $\tau_0=0$ (milieux transparent ou non participation de fluide).

Nous présentons des champs de température (θ), ligne de courant (Ψ) et des valeurs quantitatifs du transfert de chaleur Nu totale (nombre de Nusselt convectif et radiatif) pour différentes paramètres physiques et géométriques qui caractérisent le problème de transfert de chaleur en régime stationnaire.

IV.3 Tableau du domaine d'études

Ra	ε	Pr	K	Pl	X
$10^3 < Ra < 10^6$	$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$	0.71	2	0.02	0.0, 0.25, 0.5, 0.75, 1

IV.11.2 L'effet des paramètres physique et géométriques (rapport de hauteur X).

Nous avons étudié parallèlement l'influence du nombre de Rayleigh $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ et le rapport de des hauteurs $0.0 \leq X \leq 1.0$ sur le champ de température, le champ de vitesse et le transfert de chaleur (Nu). Le rapport de forme de la cavité (A_r) est fixé à 1.0 et le rapport des rayons (K) vaut 2.

IV.11.2.1 Cas 01 (annuler X=1)

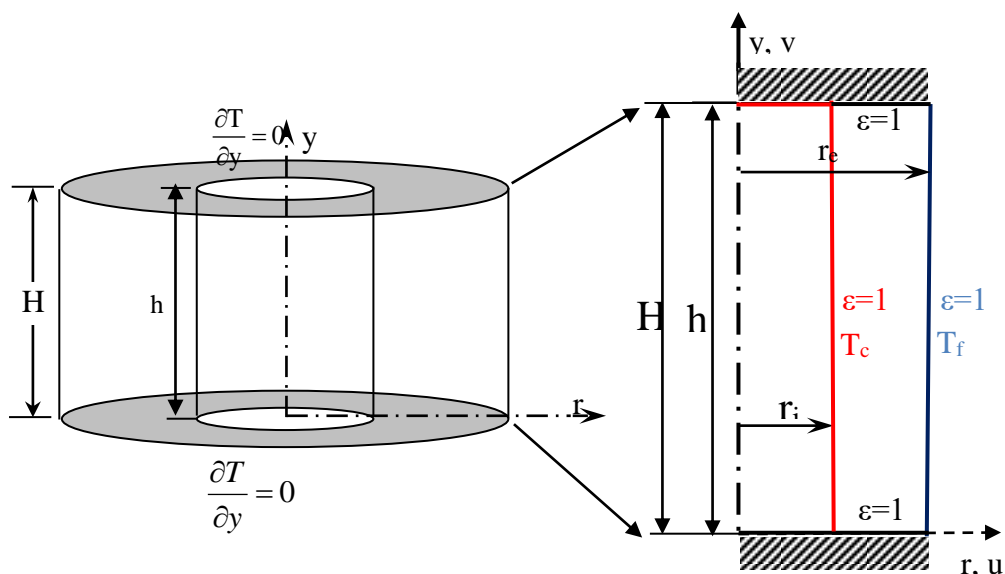


Figure IV.7. Le modèle physique du cas 01

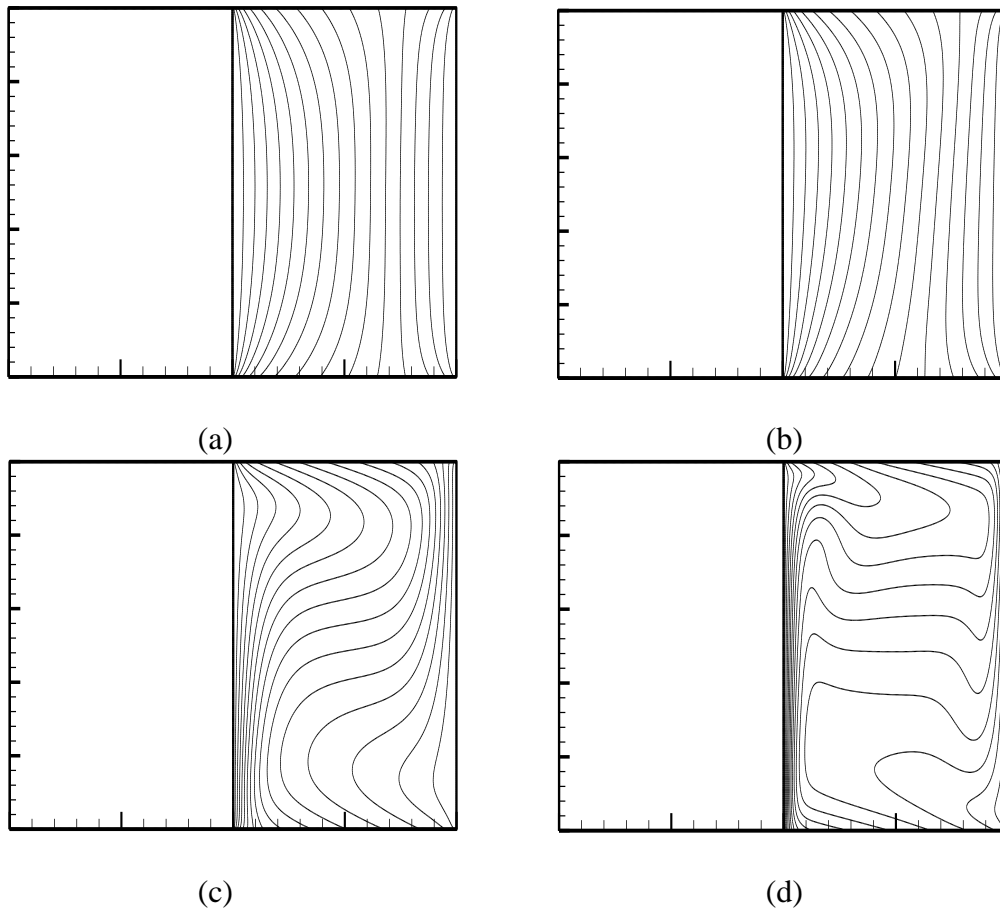
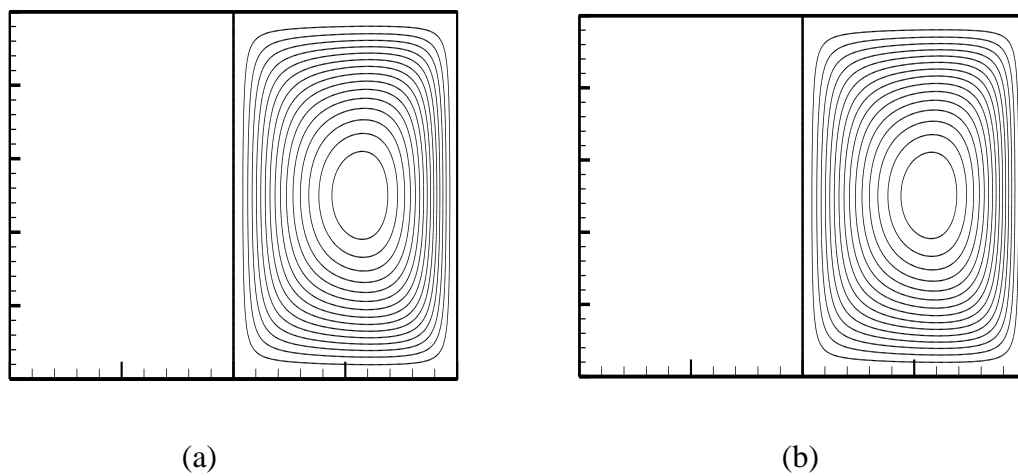
Effet du rapport de hauteur (X) :**IV.11.2.1.1 Les isothermes.**

Fig.IV.8.Effet du nombre de Rayleigh sur les isotherme pour ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$, $Pl = 0.02$)
 (a) $R_a = 10^3$, (b) $R_a = 10^4$, (c) $R_a = 10^5$, (d) $R_a = 10^6$

IV.11.2.1.2 Les lignes de contours.

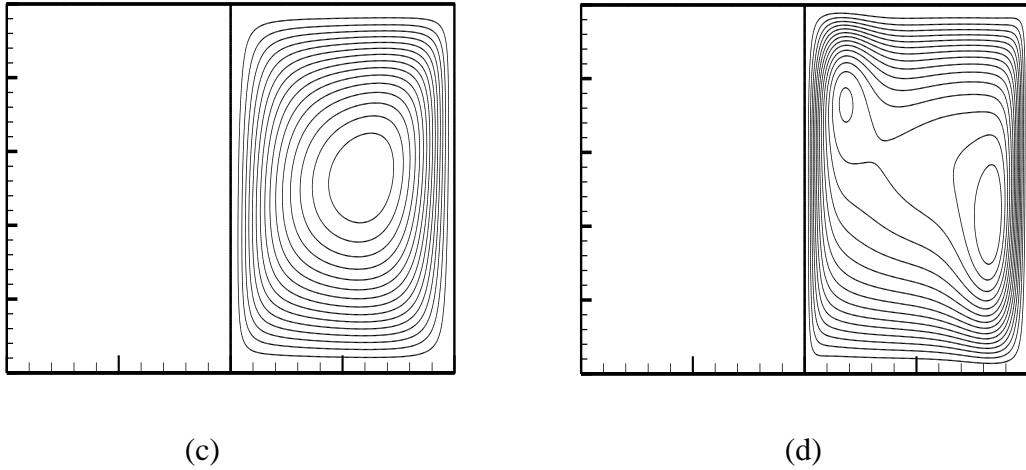


Fig.IV.9. Effet du nombre de Rayleigh sur les lignes de contours pour ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$, $Pl = 0.02$)
 (b) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$, (d) $Ra = 10^6$

IV.11.2.2 Cas 02 ($X=0.75$).

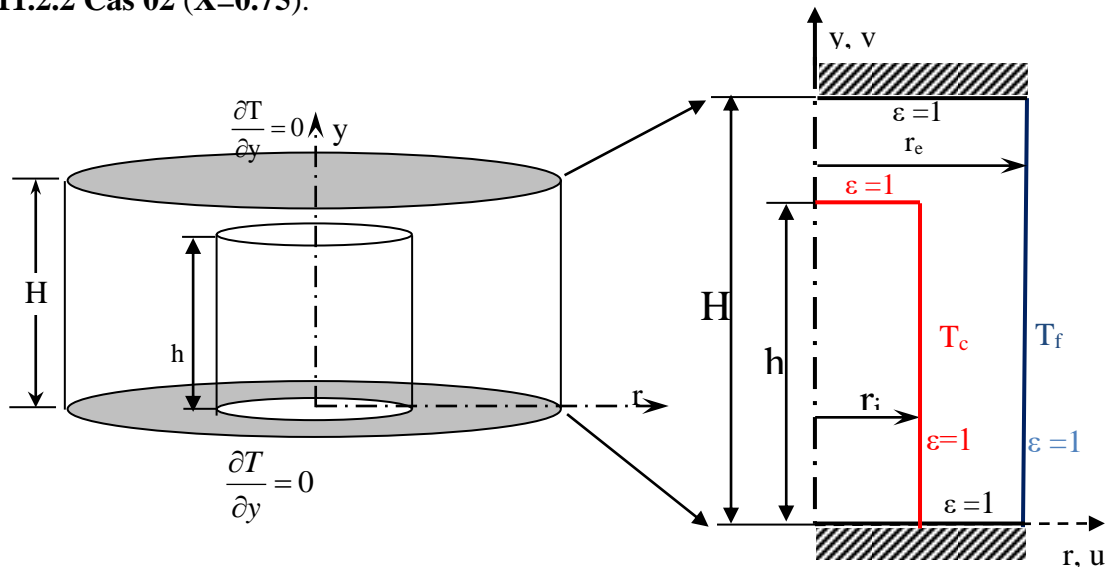
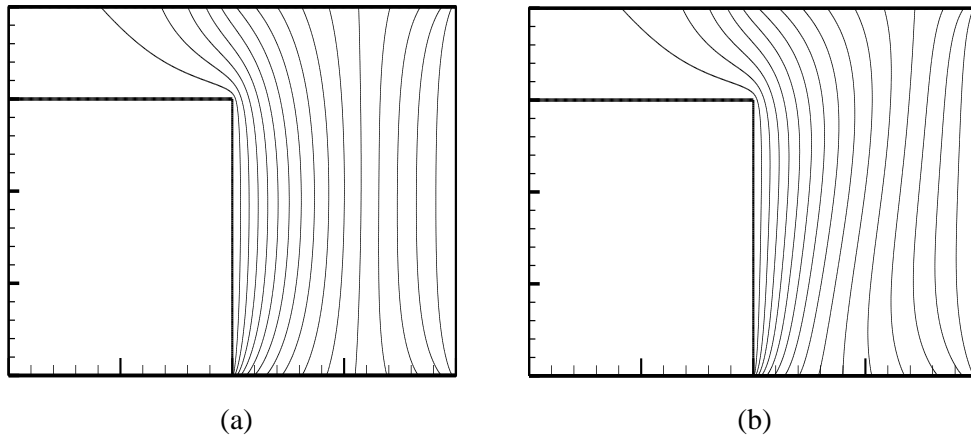


Figure IV.10. Le modèle physique du cas 02

Effet du rapport de hauteur (X) :

IV.11.2.2.1 Les isothermes.



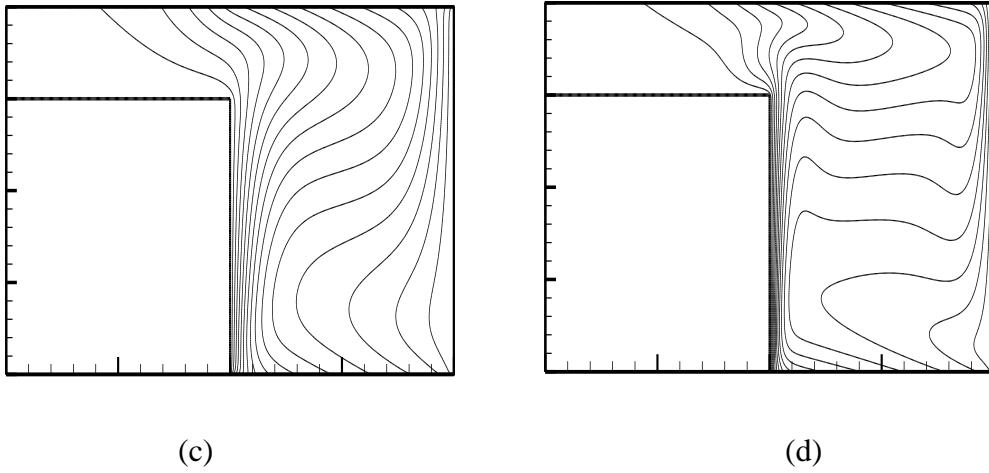


Fig.IV.11. Effet du nombre de Rayleigh sur les lignes de contours pour ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$, $Pl = 0.02$)
(c) $R_a = 10^3$, (b) $R_a = 10^4$, (c) $R_a = 10^5$, (d) $R_a = 10^6$

IV.11.2.1.2 Les lignes de contours.

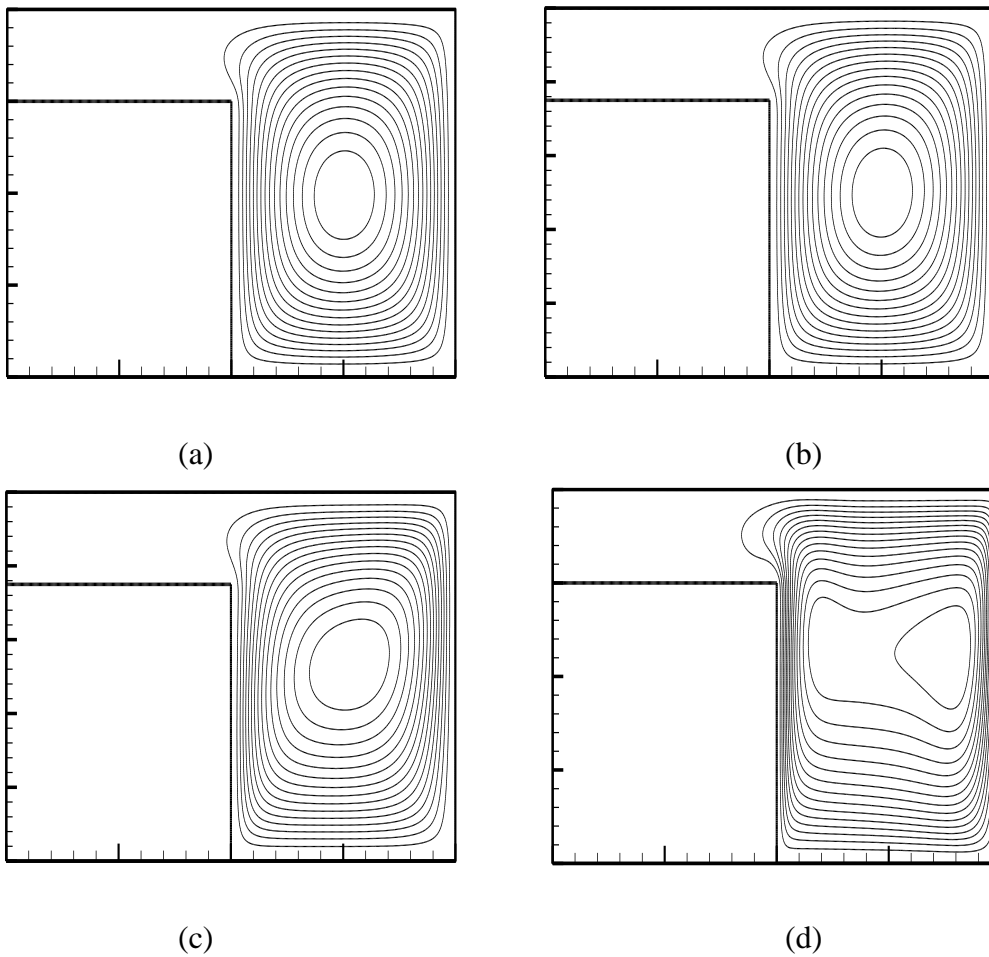


Fig.IV.12. Effet du nombre de Rayleigh sur les lignes de contours pour ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$, $Pl = 0.02$)
(a) $R_a = 10^3$, (b) $R_a = 10^4$, (c) $R_a = 10^5$, (d) $R_a = 10^6$

IV.11.2.3 Cas 03 (X=0.5).

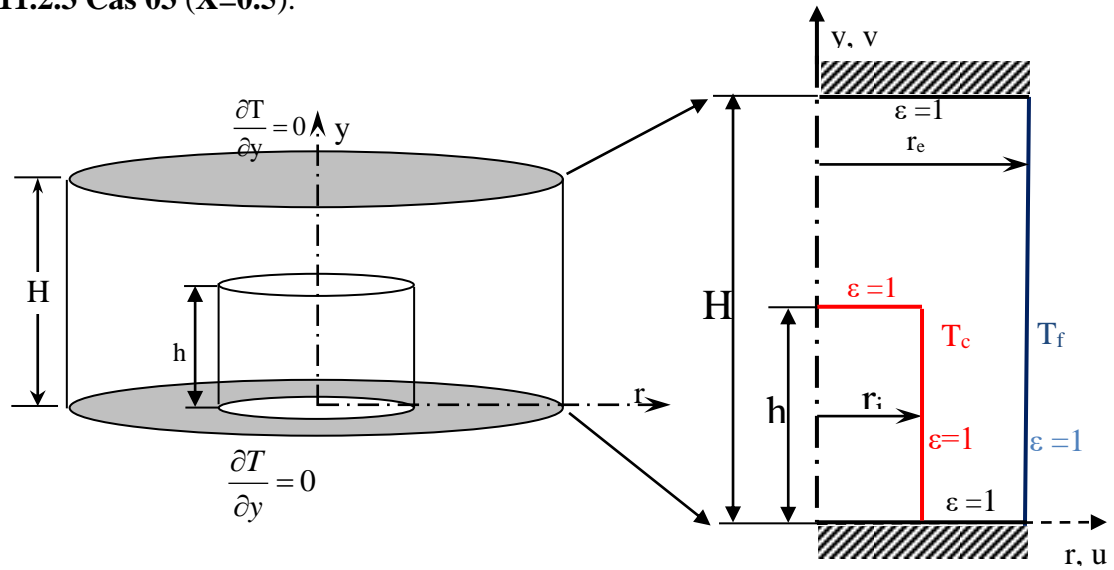


Figure IV.13. Le modèle physique du cas 03

Effet du rapport de hauteur (X) :

IV.11.2.3.1 Les isothermes.

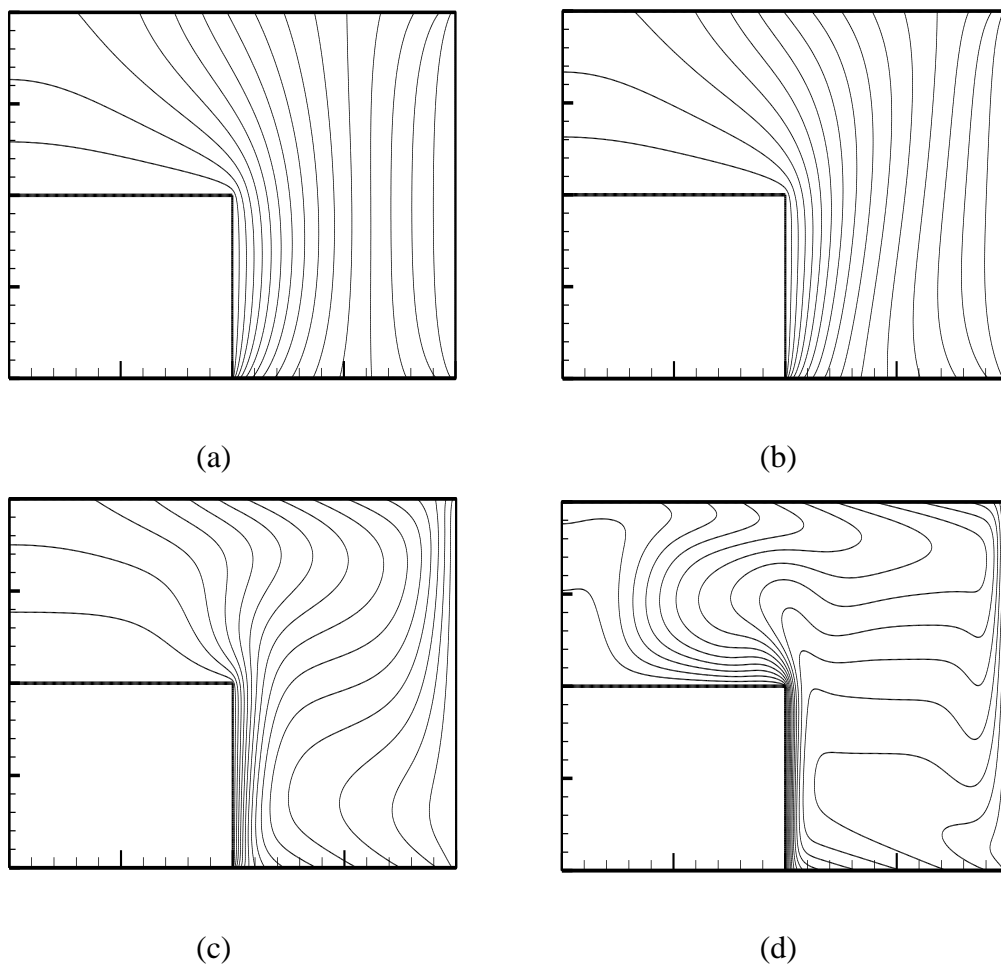


Fig.IV.14. Effet du nombre de Rayleigh sur les isothermes pour ($\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon_4 = 1$, $Pl = 0.02$)
(b) $R_a = 10^3$, (b) $R_a = 10^4$, (c) $R_a = 10^5$, (d) $R_a = 10^6$

IV.11.2.1.2 Les lignes de contours.

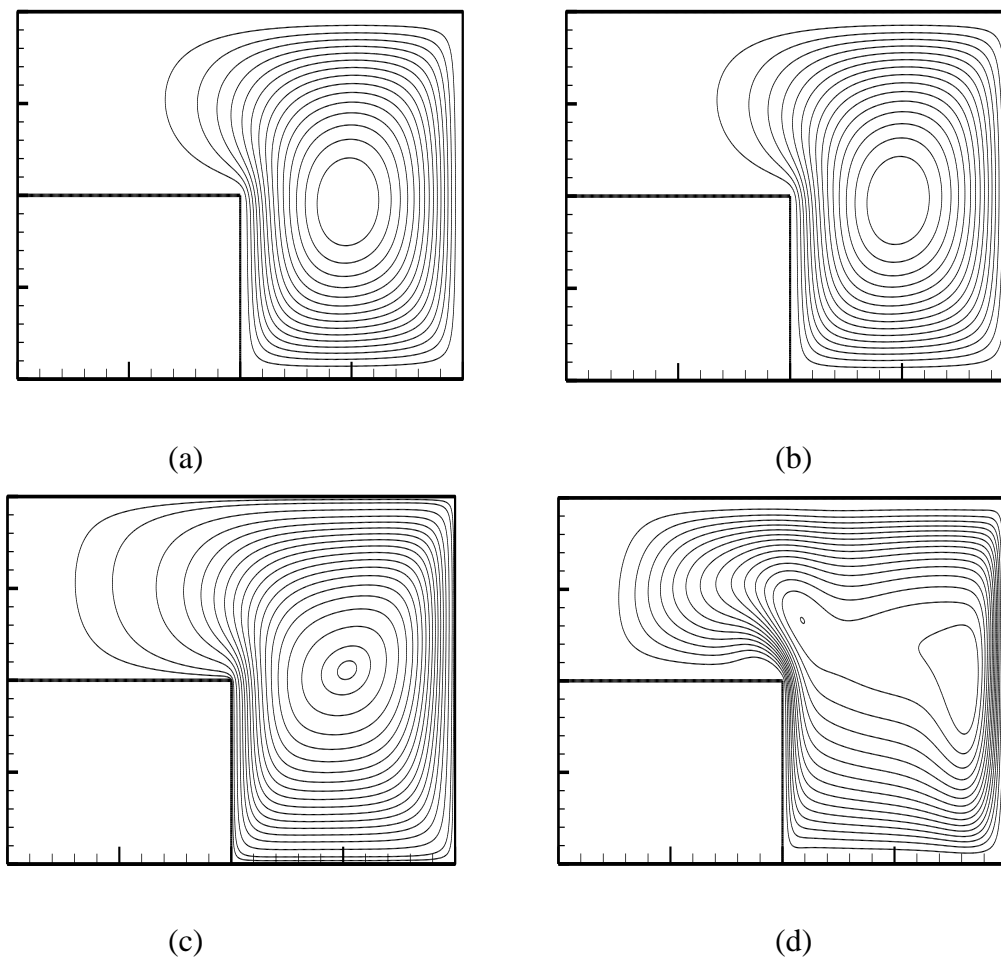


Fig.IV.15. Effet du nombre de Rayleigh sur les lignes de contours pour ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$, $Pl = 0.02$)
 (c) $R_a = 10^3$, (b) $R_a = 10^4$, (c) $R_a = 10^5$, (d) $R_a = 10^6$

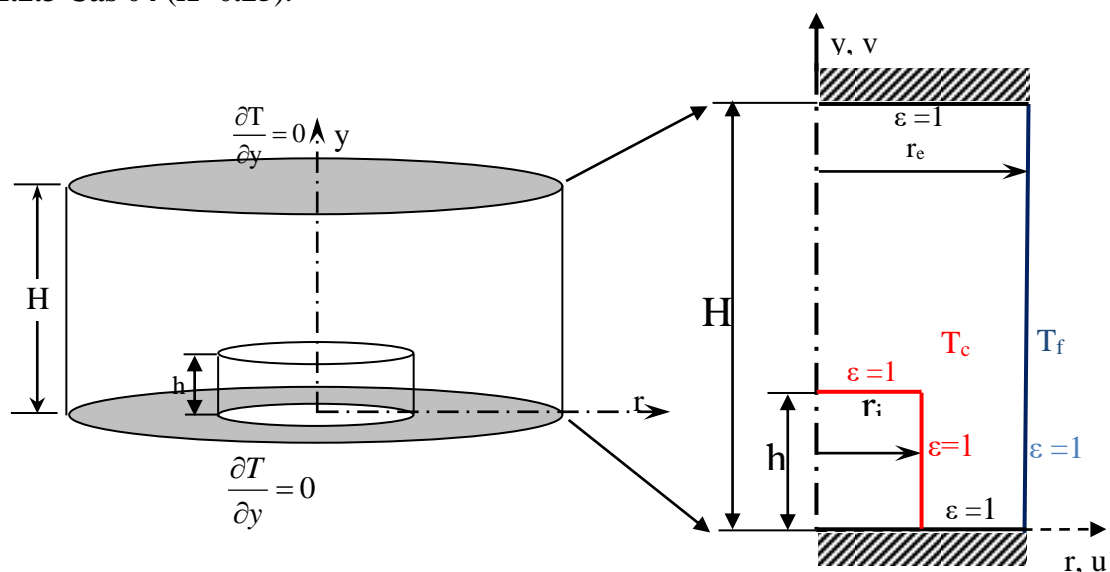
IV.11.2.3 Cas 04 ($X=0.25$).

Figure IV.16. Le modèle physique du cas 04

Effet du rapport de hauteur (X) :
IV.11.2.4.1 Les isothermes.

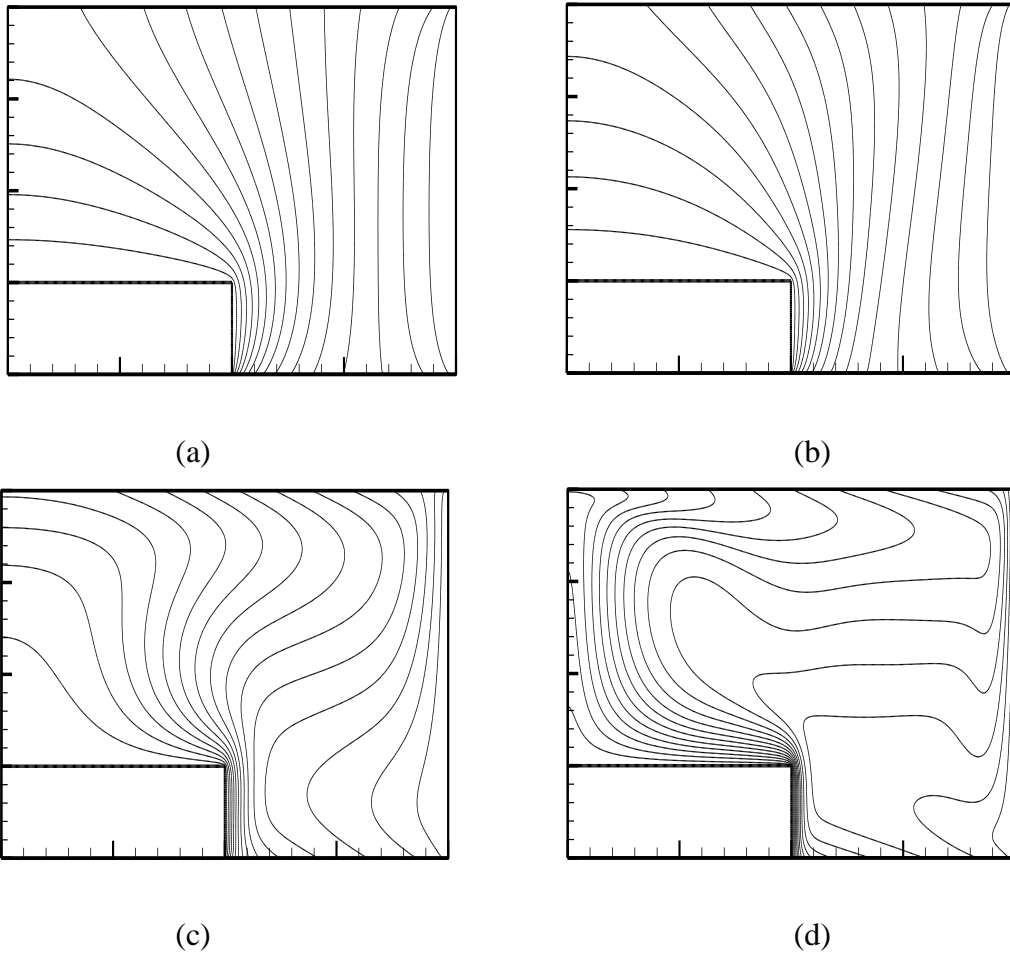
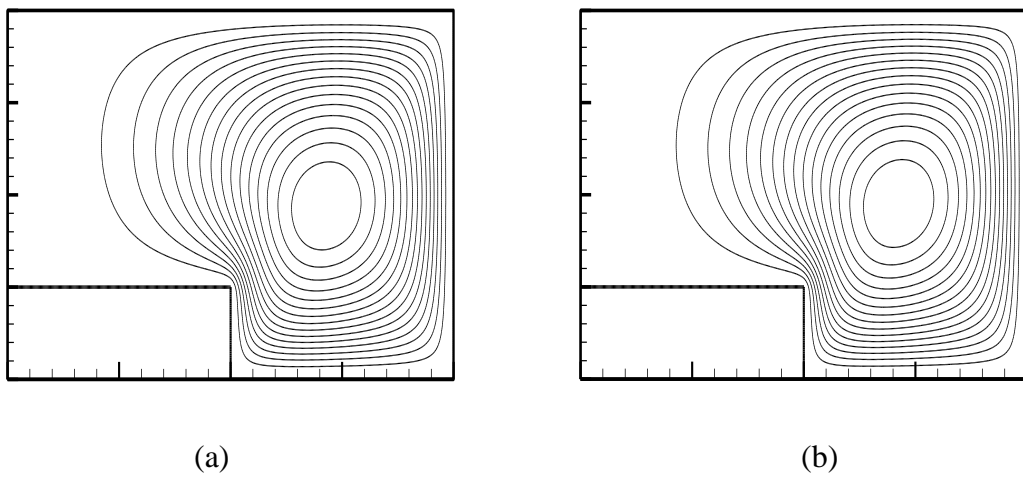


Fig.IV.17. Effet du nombre de Rayleigh sur les isothermes pour ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$, $Pl = 0.02$)
 (d) $R_a = 10^3$, (b) $R_a = 10^4$, (c) $R_a = 10^5$, (d) $R_a = 10^6$

IV.11.2.4.2 Les lignes de contours.



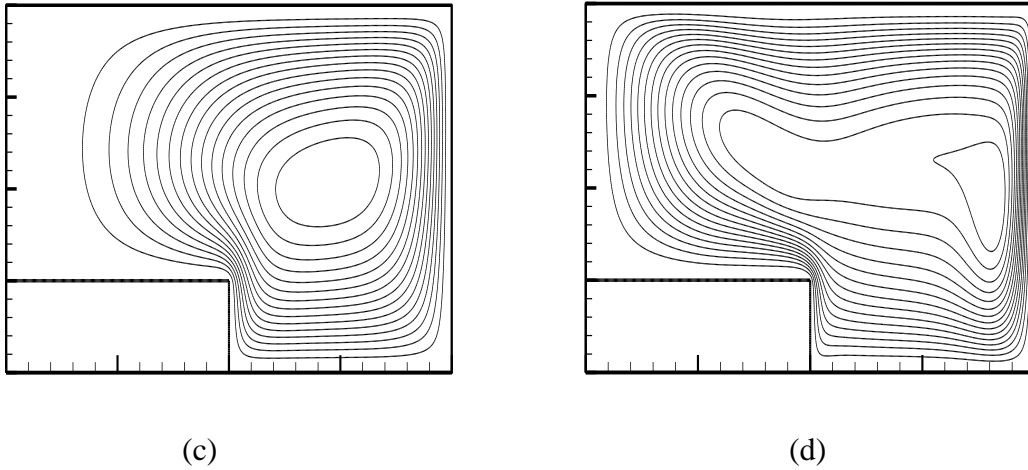


Fig.IV.18. Effet du nombre de Rayleigh sur les lignes de contours pour ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$, $Pl = 0.02$)
(e) $R_a = 10^3$, (b) $R_a = 10^4$, (c) $R_a = 10^5$, (d) $R_a = 10^6$

IV.11.2.3 Cas 05 (X=0.0).

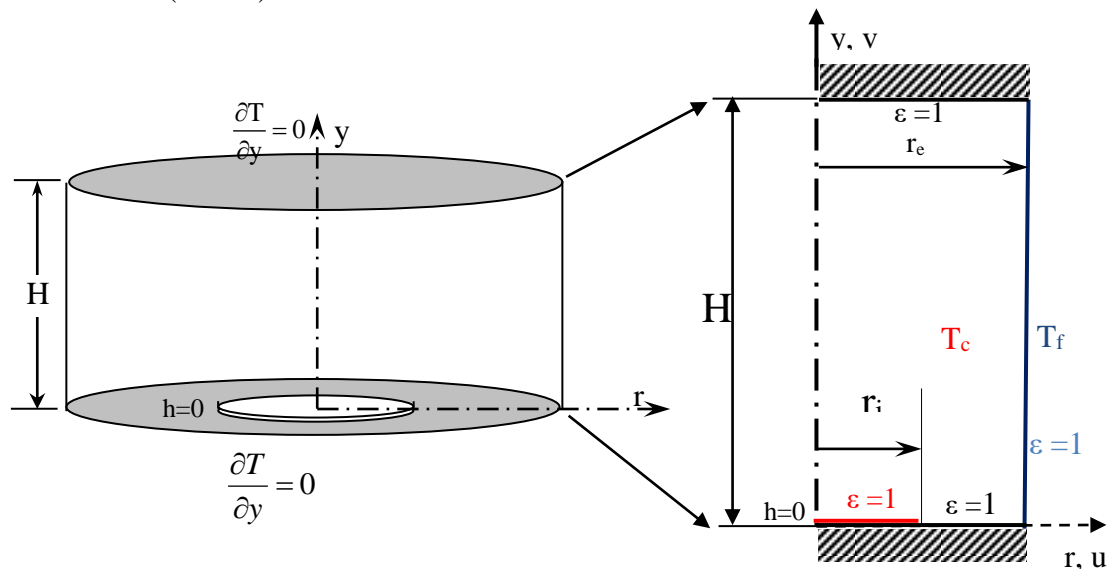
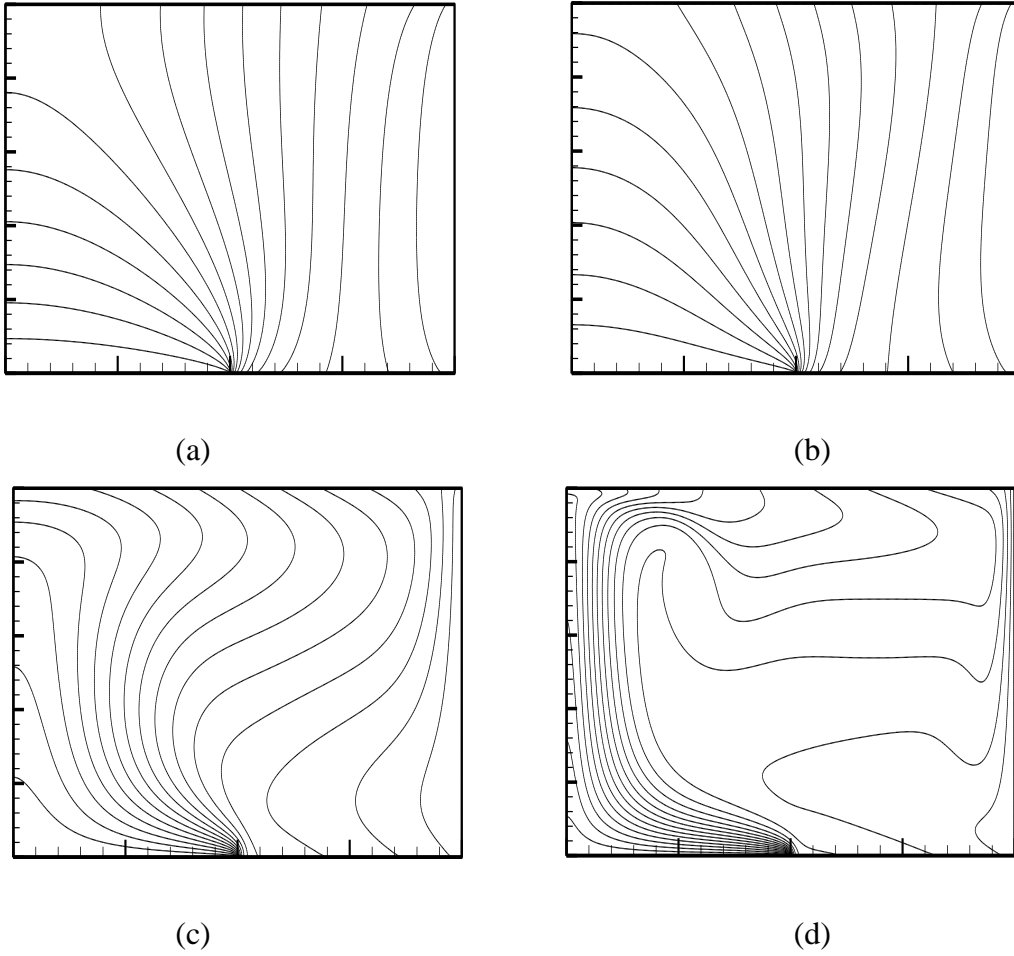
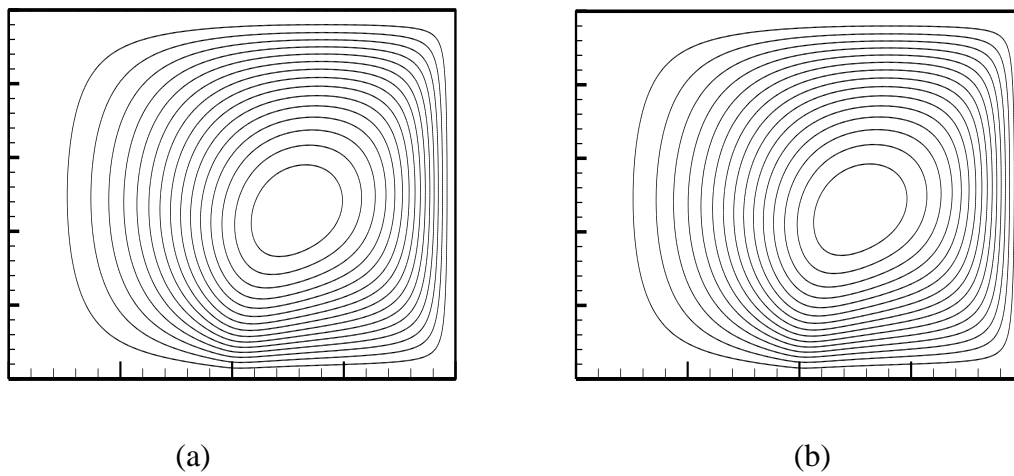


Figure IV.19. Le modèle physique du cas 05

Effet du rapport de hauteur (X) :**IV.11.2.4.1 Les isothermes.**Fig.IV.20. Effet du nombre de Rayleigh sur les isothermes pour ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$, $Pl = 0.02$)(a) $R_a = 10^3$, (b) $R_a = 10^4$, (c) $R_a = 10^5$, (d) $R_a = 10^6$ **IV.11.2.4.2 Les lignes de contours.**

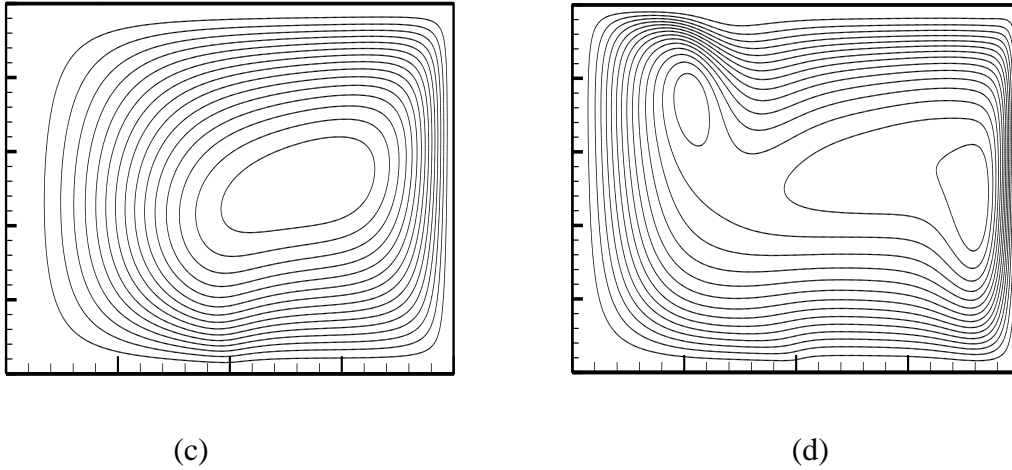


Fig.IV.21. Effet du nombre de Rayleigh sur les lignes de contours pour ($\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon_4 = 1$, $Pl = 0.02$)
 (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$, (d) $Ra = 10^6$

Le paramètre principal qui gouverne l'écoulement convectif est le nombre de Rayleigh, il permet de comparer les forces de flottabilité (force d'Archimède) aux forces visqueuses et il est proportionnel au gradient de température appliqué. Les isothermes ainsi que les lignes de contours sont montrés dans les figures IV. (7-21) pour un nombre de Rayleigh (Ra) variant entre $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ et un rapport de hauteur (X) qui varie entre 0.0 et 1.0. Ainsi pour $Ra = 10^3$ les sollicitations thermiques sont assez faibles pour pouvoir varier la densité du fluide et provoquer le mouvement des particules, le transfert de chaleur s'effectue alors uniquement par conduction thermique, c'est pourquoi on observe un champ de vitesse très faible et une stratification presque horizontale des isothermes (Fig. IV. (9,11,14,17,20) (a)). Lorsque les forces de poussées thermiques deviennent plus importantes avec l'augmentation du nombre de Rayleigh $Ra = 10^5$, on constate que les isothermes commencent à se tordre au fur et à mesure qu'on s'approche de l'espace annulaire où les particules s'accélèrent en circulant dans le sens des aiguilles d'une montre; ascendantes près de la paroi chaude et descendante près de la paroi froide. Nous remarquons que les isothermes se resserrent à côté des parois verticales des deux cylindres où le gradient de température est important. L'augmentation du nombre de Rayleigh jusqu'à $Ra = 10^6$ engendre un gradient de température très fort aux voisinages des parois verticales (Fig. IV. (9,11,14,17,20) (c)), ce qui signifie un échange thermique convectif croissant avec l'accroissement du nombre de Rayleigh. On a constaté aussi que le rayonnement de surface change considérablement la structure de l'écoulement par apport de la convection libre (voir chapitre II), ces variations sont comme suite :

- Des effets visibles qui se localisent le long des parois horizontales et dans le cœur de la cavité. Les isothermes ne sont pas perpendiculaires aux parois horizontales pour $Ra > 10^4$ ainsi que la stratification diminue au centre de la cavité.
- Les couches limites horizontales sont renforcées et enfin la paroi haute est refroidie et la paroi basse est réchauffée. Ce comportement de la température sur les parois horizontales s'explique par le fait que la paroi haute perd de la chaleur (flux net radiatif essentiellement positif) et que la paroi basse reçoit de la chaleur (flux net radiatif essentiellement négatif).
- Le gradient de température est faible au niveau des parois actives et la couche limite thermique est épaisse suite au rayonnement de surface.

Nous avons constaté que l'échange thermique convectif augmente avec l'augmentation de la hauteur, ce transfert de chaleur est animé par un gradient de température. Lorsque $X=0,75$ (Fig. IV. (12) (c)), on remarque la présence d'un gradient de température uniquement dans la zone $1 \leq R \leq 2$ et $-2 \leq R \leq -1$ et l'installation d'une zone isotherme au dessus du cylindre intérieur qui l'isole thermiquement, par contre lorsque X diminue ($X=0,25$) un gradient de température se développe dans cette zone ($-1 \leq R \leq 1$), qui induit un écoulement bien animé dans cette partie et provoque un échange thermique important (Fig. IV. (12) (c)).

IV.11.3 L'effet des paramètres physique et géométriques (l'effet de la courbure K).

Nous avons étudié parallèlement l'influence du nombre de Rayleigh $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ et le rapport de courbures $10 \leq K \leq 2$ sur le champ de température, le champ de vitesse et le transfert de chaleur (Nu).

IV.11.3.1 Cas 01 (K=5)

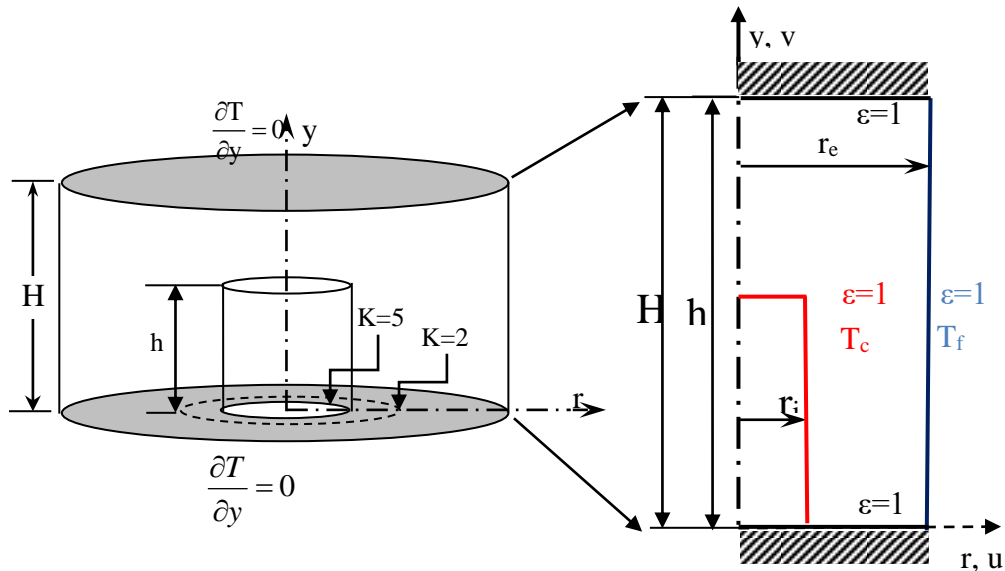
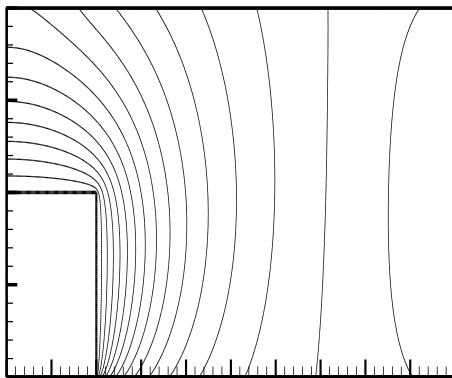


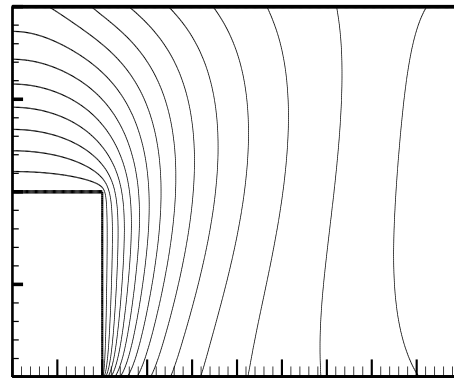
Figure IV.22. Le modèle physique du cas 01

Effet de courbure (K) :

IV.11.3.1.1 Les isothermes.



(a)



(b)

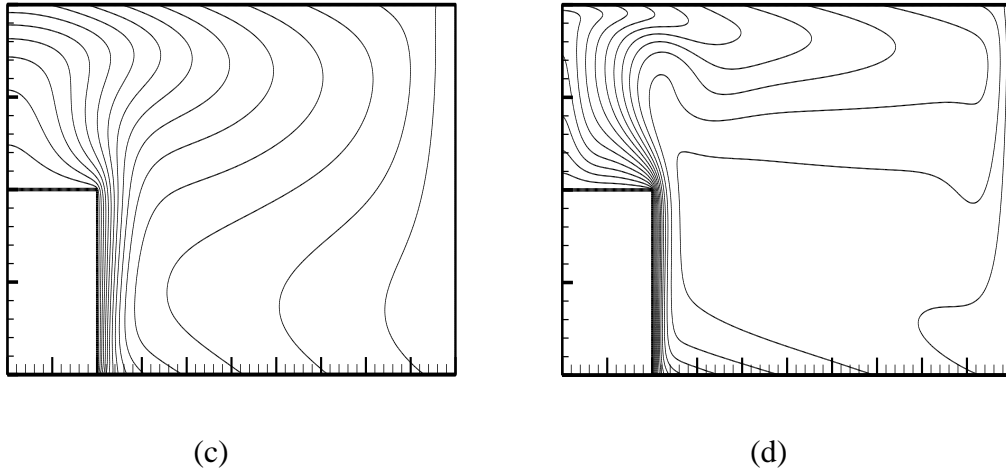


Fig.IV.23. Effet du nombre de Rayleigh sur les isothermes pour ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$, $Pl = 0.02$)
 $R_a = 10^3$, (b) $R_a = 10^4$, (c) $R_a = 10^5$, (d) $R_a = 10^6$

IV.11.3.1.2 Les lignes de contours.

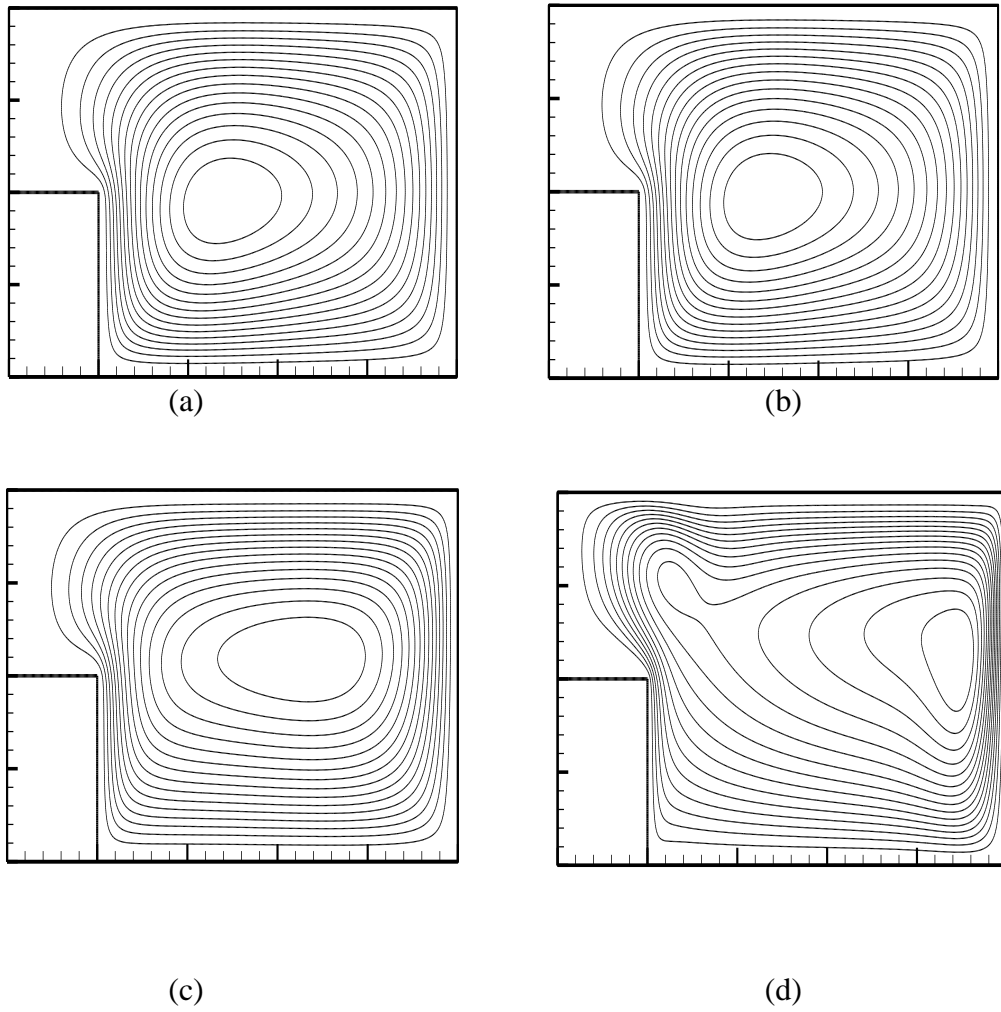


Fig.IV.24. Effet du nombre de Rayleigh sur les lignes de contours pour ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$, $Pl = 0.02$)
 $R_a = 10^3$, (b) $R_a = 10^4$, (c) $R_a = 10^5$, (d) $R_a = 10^6$

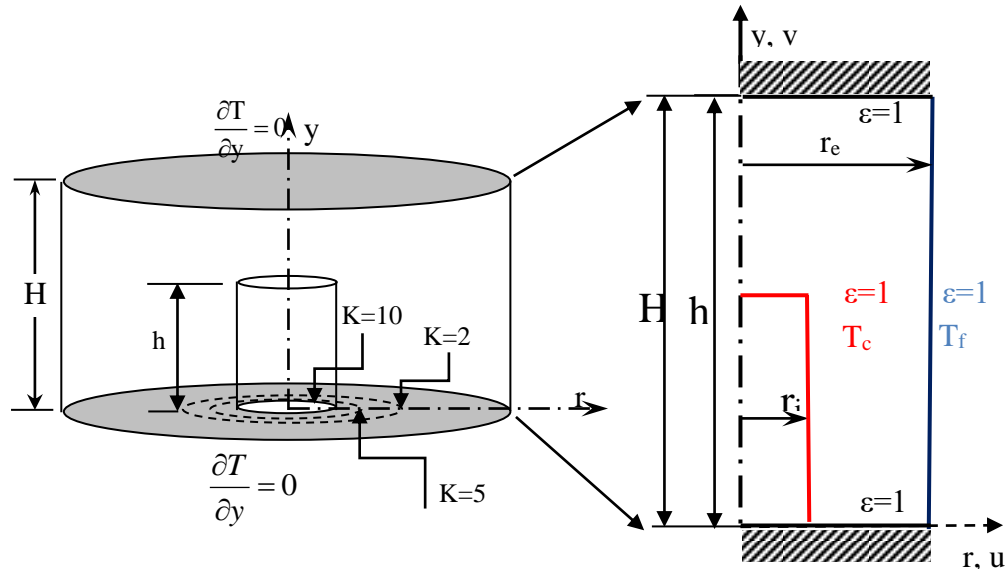
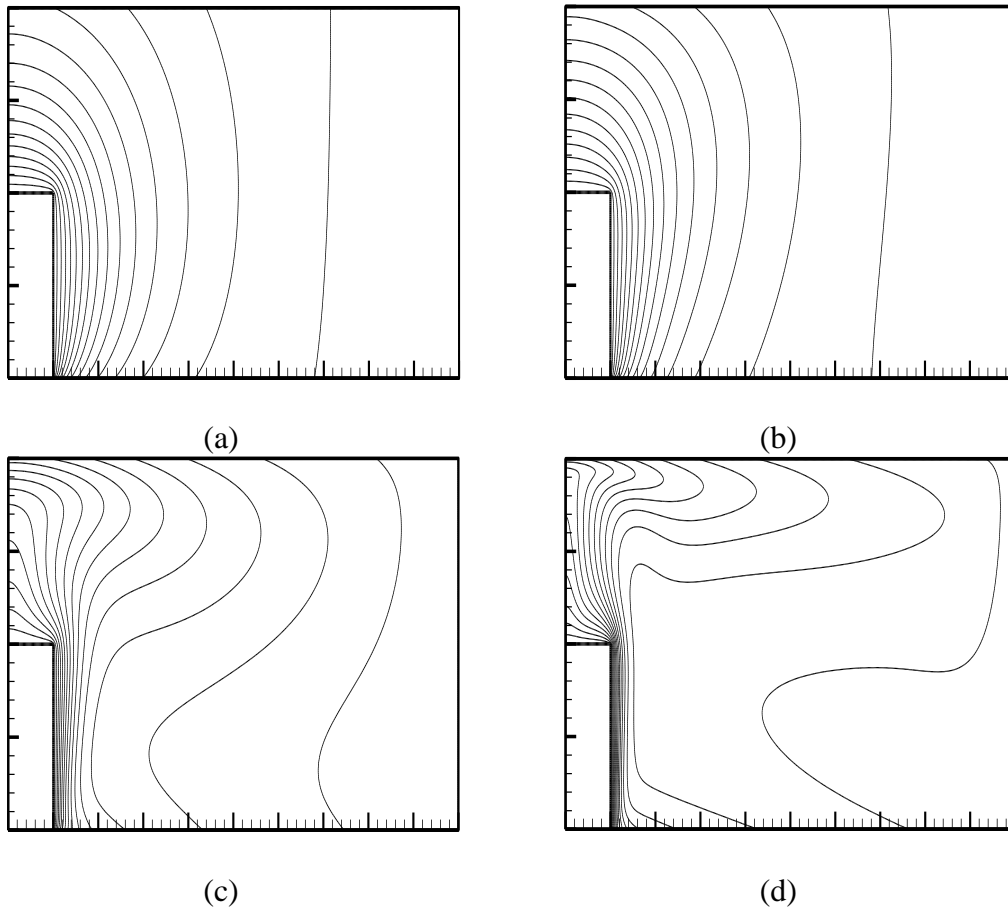
IV.11.3.2 Cas 01 ($K=10$)

Figure IV.25. Le modèle physique du cas 01

Effet de courbure (K) :

IV.11.3.1.1 Les isothermes.

Fig.IV.26. Effet du nombre de Rayleigh sur les isothermes pour ($\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon_4 = 1$, $Pl = 0.02$)
 $R_a = 10^3$, (b) $R_a = 10^4$, (c) $R_a = 10^5$, (d) $R_a = 10^6$

IV.11.3.1.2 Les lignes de contours.

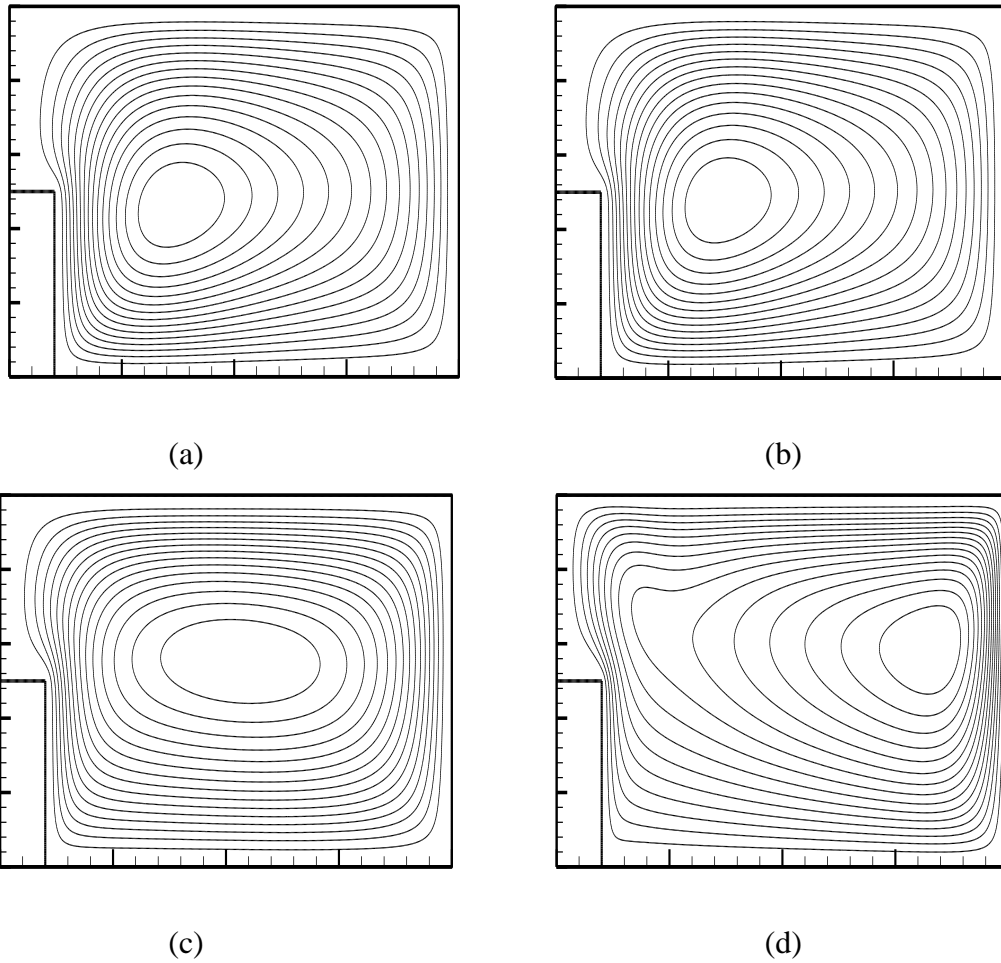


Fig.IV.27. Effet du nombre de Rayleigh sur les lignes de contours pour ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$, $Pl = 0.02$)
 $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$, (d) $Ra = 10^6$

Nous avons étudié l'influence du rapport de rayons (K) sur la distribution de température et le champ de vitesse. Pour chaque valeur du rapport de rayons nous avons fixé le rapport de hauteur (X) à 0.5 et nous avons fait varier le nombre de Rayleigh de 10^3 à 10^6 , pour un nombre de Prandtl=0,71.

Dans les figures IV. (23-27) des isothermes et les lignes de contours sont obtenus pour mettre en évidence les effets du nombre de Rayleigh et le rapport des rayons $K = r_o/r_i$. Pour les faibles valeurs du nombre de Rayleigh ($Ra = 10^3$), l'écoulement généré par le gradient de température entre les deux parois isothermiques, dans tout les cas où $K = (2, 5, 10)$ l'écoulement est faible et conduit à un transfert de chaleur en régime conductif figures IV. (28,29). Mais, lorsque le nombre de Rayleigh augmente au delà de $Ra = 10^4$, le gradient de température est assez puissant pour provoquer un écoulement convectif.

Lorsque K augmente on constate que les isothermes sont très serrées au niveau de la paroi chaude et plus en plus séparé au niveau de la paroi froide. Donc L'échange de chaleur radiatif est plus fort entre la paroi chaude et les parois adiabatiques horizontales (en haut et en bas) et plus faible entre la paroi froide et les parois adiabatiques horizontales.

IV.11.4 Profile de température et de vitesse verticale.

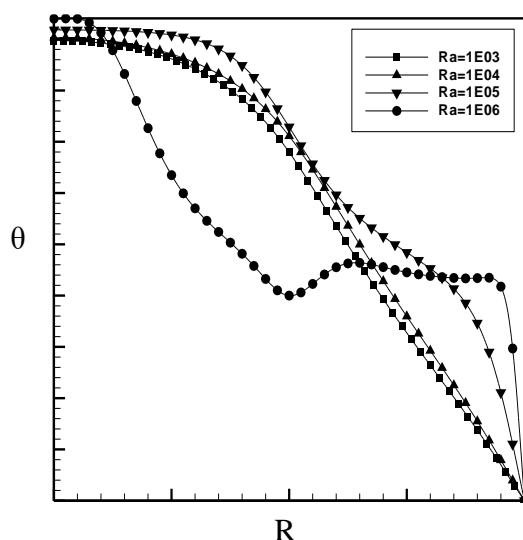


Fig.IV.28 : Profile de température pour différentes (Ra) à $Y=0.75$ ($A=1,0$, $K=2$, $X=0,5$, $Pr=0,71$)

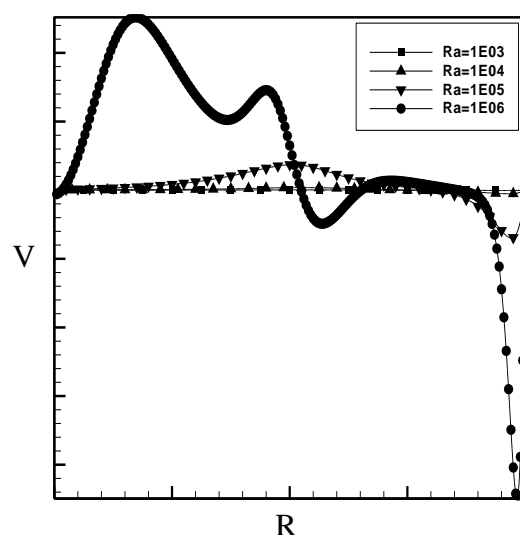


Fig.IV.29 : Profile de vitesse verticale pour différentes (Ra) à $Y=0.75$ ($A=1,0$, $K=2$, $X=0,5$, $Pr=0,71$)

Les variations des vitesses verticales et de température horizontale dans la cavité sont représentées par les figures IV.(28-29), pour les différents nombres de Rayleigh considérées (10^3 , 10^4 , 10^5 , et 10^6). Nous pouvons voir que la présence de rayonnement de surface provoque partiellement une accélération (non uniforme) des couches limites, en dehors desquelles (c'est-à-dire au cœur de la cavité) le fluide est pratiquement stagnant. Comme les couches limites sont accélérées et que les parois verticales sont maintenues à des températures constantes.

Effectivement lorsqu'on analyse le champ de vitesse, on constate que pour $10^3 \leq Ra \leq 10^4$, les vitesses sont faibles au milieu de la cavité ($Y=0,5$ et $R=1,5$) et presque négligeable dans l'intervalle $0 < R < 1$. Par contre, l'écoulement commence à se développer avec l'augmentation du nombre de Rayleigh ($10^5 \leq Ra \leq 10^6$), où les particules de fluide s'accélèrent précisément au voisinage des parois et les vitesses commencent à devenir plus importantes sur la partie supérieure du cylindre intérieur voir les figures. IV. (14,15). On peut également constater d'après le champ de vitesses que l'écoulement est de plus en plus intense en s'approchant des

parois, principalement lorsqu'on fait accroître le nombre de Rayleigh, et donc les vitesses sont toujours maximales au voisinage des parois verticales. Donc, on peut conclure que l'augmentation du nombre de Rayleigh à partir $Ra \geq 10^5$ accentue l'effet convectif du transfert de chaleur. Les prédictions indiquent que l'apparition de rayonnement de surface peut modifier de manière significative les champs de température, pour une émissivité maximale égale à l'unité.

La figure. IV.30, illustre l'influence du rayonnement de surfaces sur le profile de température à $Y=0.75$ pour différentes Rayleigh $Ra=10^6$ et $X=0.5$. On constate que la paroi haute est refroidie et la paroi basse est réchauffée (Figure.IV.30). Ce comportement de la température sur les parois horizontales s'explique par le fait que la paroi haute perd de la chaleur (flux net radiatif essentiellement positif) et que la paroi basse reçoit de la chaleur (flux net radiatif essentiellement négatif).

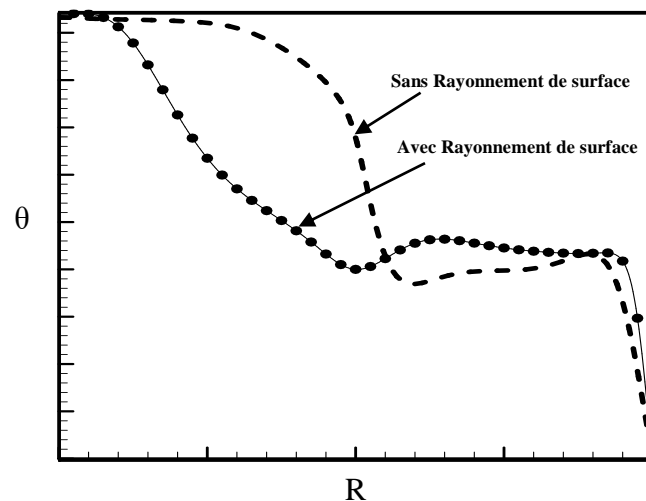


Fig.IV.30 : Profile de température horizontal a $Y=0.75$ (sans et avec Rayonnement de surface) pour $X=0,5$ ($Ra=10^6$, $A=1,0$, $K=2$, $Pr=0,71$)

IV.11.5 Transfert de chaleur

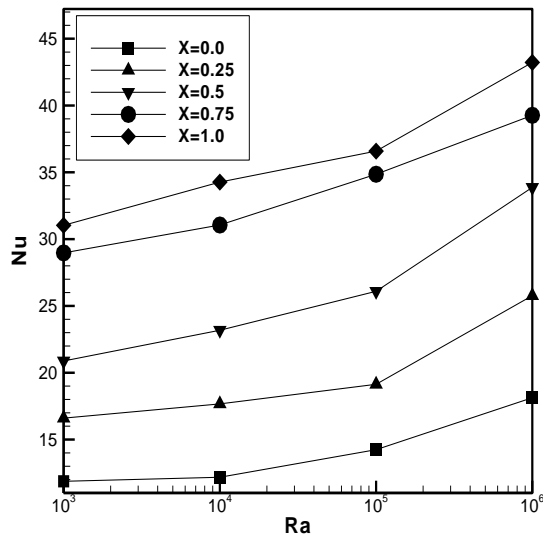


Fig.IV.31. Nombre de Nusselt totale en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes valeurs de X

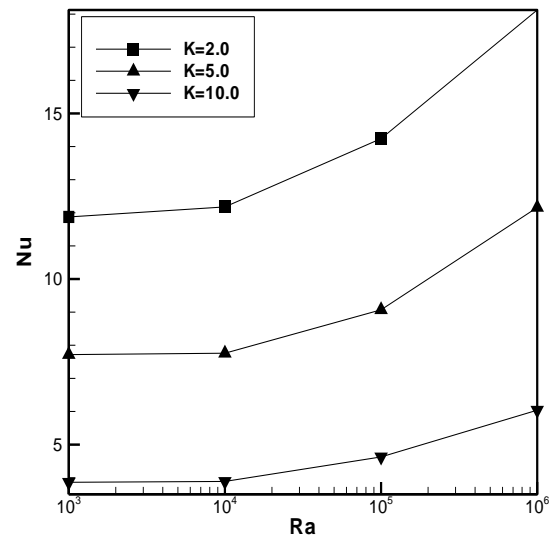


Fig.IV.32. Nombre de Nusselt totale en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes valeurs de K

Le but principale de cette étude est de clarifier l'effet du rayonnement de surface sur le transfert de chaleur dans une cavité cylindrique partiellement annulaire. Le nombre de Nusselt moyen total déterminé est la somme du nombre de Nusselt convectif Nu_c Eq-(IV, 10) et le Nusselt Radiatif Nu_R Eq-(VI, 12). Les figures IV.(31,32) montrent l'évolution du nombre de Nusselt en fonction du rapport des hauteurs X pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. Le transfert convectif croît avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Le rayonnement de surface affaiblit relativement le gradient de température au niveau des parois active et entraîne une diminution du transfert de chaleur par convection pour nombre de Rayleigh (Ra) plus élevé. Ce rayonnement de surface joue un rôle important dans le transfert de chaleur à travers l'enclosure, en particulier lorsque l'émissivité des parois est supérieure ($\varepsilon=1$).

IV.11.6. Conclusion :

L'objectif de ce travail est d'étudier numériquement le couplage de la convection naturelle avec le rayonnement de surface dans une cavité cylindrique verticale partiellement annulaire remplie d'air. Les résultats qui ont été obtenus à l'aide d'un modèle mathématique, les équations de Navier et Stock, les équations de transfert radiatif (ETR) et la méthode des ordonnées discrètes (MOD), nous a permis de déterminer les champs de vitesses et la distribution de température en régime permanent de plusieurs configurations. Ces résultats nous ont également permis la caractérisation du transfert de chaleur par convection naturelle pur et rayonnement. Le rayonnement de surface modifie d'une façon visible la distribution de

la température et le champ d'écoulement. Les couches limites thermiques au niveau des parois actives sont relativement affaiblies par le rayonnement de surface, sous un nombre de Rayleigh important.

Le nombre de Nusselt moyen de convection augmente avec l'augmentation de Ra , indépendante de l'existence du rayonnement de surface. La présence de rayonnement de surface peut modifier le nombre Nusselt moyen de convection. Le nombre de Nusselt radiatif augmente d'une façon proportionnelle avec l'augmentation du rapport des hauteurs X . La valeur du nombre de Nu dépend non seulement du nombre de Ra , mais aussi par des variables, comme le rapport des hauteurs X et le rapport des courbures K .